

Der Däne Hans Christian Oersted entdeckte 1820 wohl eher zufällig, dass Strom einen Einfluss auf Magnete hat. Wichtigste Anwendungen sind heute Generatoren, die fast den gesamten elektrischen Strom erzeugen, den wir nutzen. In seinem Versuch lag eine Leitung auf einem Kompass. Beschreibe die Beobachtung beim Einschalten des Stromkreises.

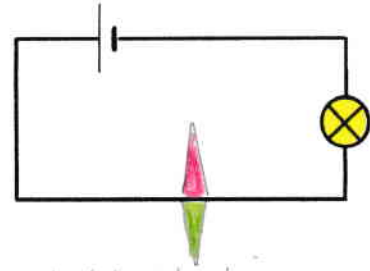
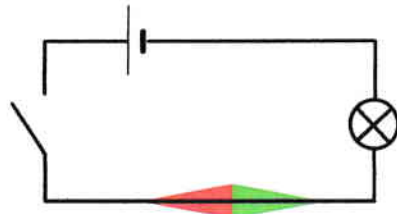


Eine Animation des Versuches gibt's auf Leifiphysik unter Teilgebiet Elektrizitätslehre - Stromwirkungen - Versuche - Oersted-Versuch

3. Bewegung in magnetischen Feldern

3.1 Elektromagnete

Entdeckung: Der Versuch von Oersted



Beim Einschalten des Stroms dreht sich die Kompassnadel quer zum Leiter. Je höher die Stromstärke, desto näher liegt der Winkel bei 90° . Nach Abschalten des Stroms nimmt die Kompassnadel wieder ihre ursprüngliche Richtung ein.

Folgerung:

Strom hat eine magnetische Wirkung Wirkung.

→ Begriff: Elektromagnetismus

In diesem Experiment untersuchen wir das Feld um einen Leiter herum in einer Ebene senkrecht zum Leiter, wir sehen den Leiter also im Querschnitt.

Beachte:

Technische Stromrichtung (von + zu -) wird dargestellt.

Punkt: Strom fließt auf uns zu

Kreuz: Strom fließt von uns weg

Markiere in den Draufsichten die Magnetpole der ungefärbten Kompassnadeln, zeichne jeweils noch eine weitere Kompassnadel ins Bild. Ergänze jeweils im Feldlinienbild darunter die Richtung der Feldlinien.

Die Feldlinien lassen sich mit der "rechte-Faust-Regel" bestimmen (siehe Abb.). Verwendet man stattdessen die Richtung der Elektronen, so geht's mit der linken Faust (das findet man auch in Büchern).

Feld eines stromdurchflossenen Leiters (Rechte-Faust-Regel)

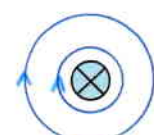
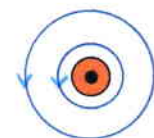


Abb. aus Leifiphysik

Schneidet man eine Spule in Längsrichtung durch, so sieht man an der Schnittfläche jeweils die Spulendrähte im Querschnitt. Dabei führen die Drähte auf der einen Seite den Strom auf uns zu, die auf der anderen Seite führen den Strom von uns weg.

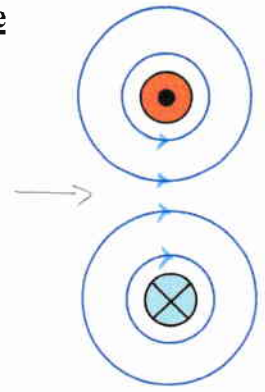
Untersuche an den beiden Zeichnungen: wie verlaufen die Feldlinien im Bereich zwischen zwei Drähten mit gleicher Stromrichtung, wie verlaufen sie zwischen zwei Drähten mit verschiedenen Stromrichtungen.

Aus den beiden Teilbildchen oben können wir das Feldlinienbild für die gesamte Spule zusammensetzen. **Vergleiche dessen Form mit dem Feld eines Stabmagneten. Welche Besonderheit ergibt sich im Inneren der Spule? Vergleiche auch das magnetische Feld der Spule mit dem elektrischen Feld zweier Punktladungen (siehe untere Abb.).**

Anwendung: Feld einer stromdurchflossenen Spule

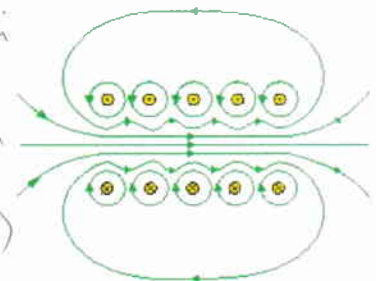


Die Feldlinien laufen hier in der gleichen Richtung und verstärken sich

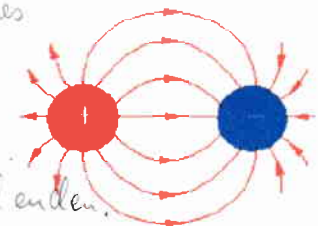


Stabmagnet und Spule haben ein identisches Feldlinienbild. Im Inneren der Spule verlaufen die Feldlinien parallel, das Feld ist hier homogen (konstant) und sehr stark.

„Das Magnetfeld ist ein quellenfreies Wirbelfeld“. Im Gegensatz dazu hat das elektrische Feld Quellen (+) und Senken (-), d.h. elektrische Feldlinien beginnen und enden.



Abbn. aus Leifiphysik



12 Bewegungen in magnetischen Feldern 3.1 Elektromagnete

3

Eine häufig benötigte Fähigkeit in diesem Gebiet ist das Auffinden der Magnetpole einer Spule (wie auf der vorigen Folie).

Tipp:

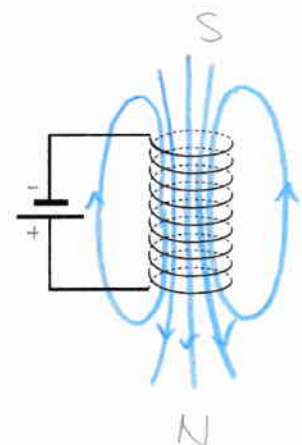
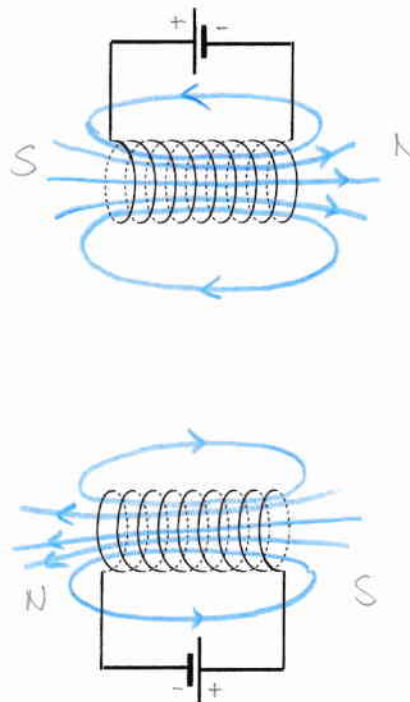
Am schnellsten geht es, wenn man mit dem Daumen der rechten Hand die Spulenwicklungen von + nach - nachfährt und dabei beobachtet, in welche Richtung die anderen Finger im Inneren der Spule zeigen. Auf der Seite, an der die Feldlinien herauskommen, ist der Nordpol der Spule.

Ermittle jeweils die Pole der Spule und zeichne die Feldlinienbilder.

Selbst-Check:

- Versuch von Oersted
- Feld eines geraden Leiters (rechte Faust)
- Feld einer Spule
- Pole einer Spule finden

Training: Magnetpole einer Spule finden



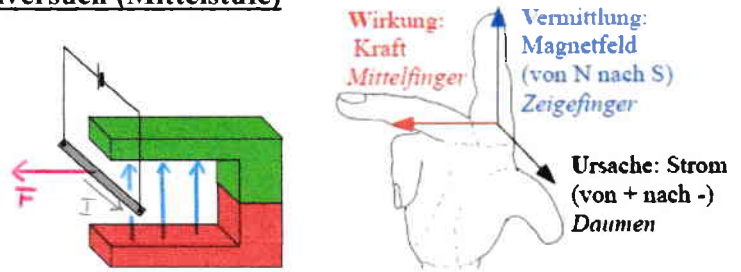
Übungsmöglichkeiten:

Ein Quiz und viele weitere Aufgaben zum Thema findest Du auf Leifiphysik unter: **Teilgebiet Elektrizitätslehre - Stromwirkungen - Magnetische Wirkung des elektrischen Stroms Aufgaben.**

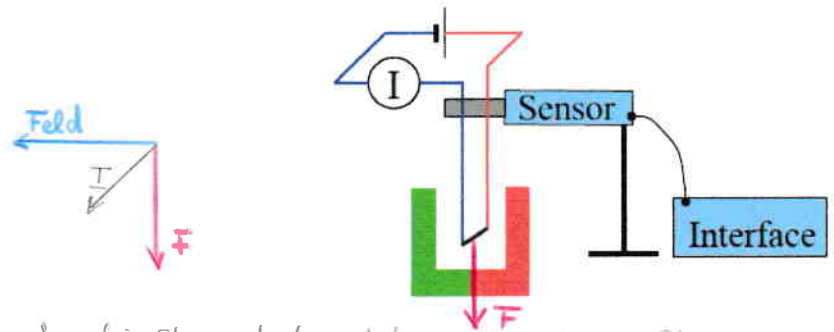
Elektromotoren sind wesentliche Bausteine moderner Technik, als Antrieb im Küchenmixer ebenso wie für die neue Autogeneration. Die Richtung der Kraft lässt sich mit der UVW-Regel bestimmen, trage in das linke Bildchen die Kraft auf die Leiterschaukel ein.

3.2 Kraft auf stromdurchflossenen Leiter

Leiterschaukelversuch (Mittelstufe)



Experiment zur Messung der Kraft (Lorentzkraft)



- je größer die Stromstärke, desto größer die Kraft
- je stärker das Feld, desto größer die Kraft
- je länger der Leiter, desto größer die Kraft

Wir gehen jetzt einen Schritt weiter wie in der Mittelstufe und messen den Betrag der Kraft, dabei nutzen wir computergestützte Messtechnik. Ermittle mit Hilfe der UVW-Regel die Richtung der Kraft auf den unteren Metallstab im gezeichneten Versuch und stelle Deine Überlegung mit einem Vektor-Dreieck (wie oben) dar.

Sage voraus, welche Größen in welcher Weise die Stärke der Kraft beeinflussen könnten.

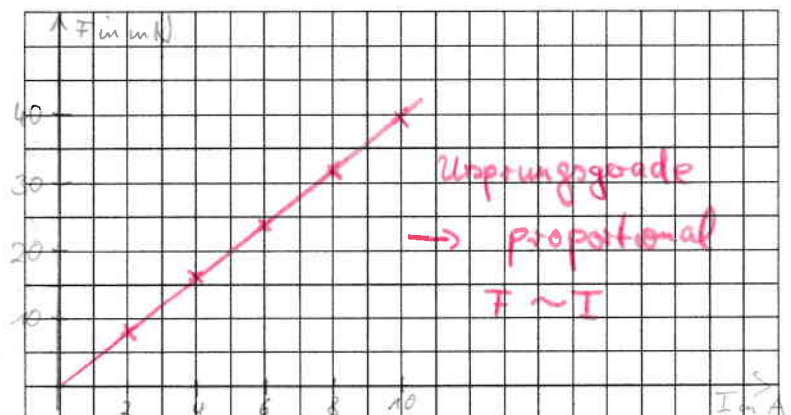
12 Bewegung in magnetischen Feldern 3.2 Kraft auf Leiter

1

Im Experiment verwenden wir ein homogenes Magnetfeld, das durch eine Spulenordnung erzeugt wird. Es bleibt während der ersten beiden Messreihen konstant. Zunächst verwenden wir einen 4 cm breiten Metallbügel und variieren die Stromstärke. Notiere die Messwerte und zeichne ein I-F-Diagramm. Gib den Zusammenhang zwischen den Messgrößen an und begründe.

Variation der Stromstärke

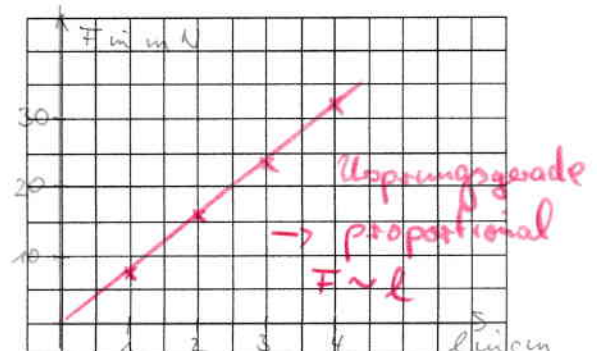
I in A	0,0	2,0	4,0	6,0	8,0	10
F in mN	0	8	16	24	32	40



Im zweiten Versuch variieren wir die Leiterlänge (wir setzen unterschiedlich breite Metallbügel ein). Die Stromstärke beträgt jeweils 8,0 A. Notiere wieder die Messwerte und zeichne ein l-F-Diagramm. Gib wieder den Zusammenhang zwischen den Messgrößen an und begründe.

Variation der Stromstärke

l in cm	F in mN
4	32
2	16
1	8



12 Bewegung in magnetischen Feldern 3.2 Kraft auf Leiter

2

Das Zusammenfassen von Proportionalitäten ist ein wichtiges, aber selten verwendetes Instrument zur Ableitung physikalischer Formeln. **Überlege Dir mit Beispielen, weshalb die Kombination der zwei Größen auch wieder zu einer Proportionalität führt.** Proportionalität beinhaltet immer konstante Quotienten. Diese haben in der Physik meist eine konkrete Bedeutung. Der hier auftretende Quotient ist ein Maß für die Stärke des magnetischen Feldes. **Berechne mit Hilfe der Formel und dem letzten Messwert der ersten Messreihe die magnetische Flussdichte des von uns verwendeten Feldes. Achte auf korrekte Umwandlung der Einheiten.** Nun reduziert man das Magnetfeld so weit, dass sich bei gleicher Stromstärke und Leiterlänge nur eine halb so große Kraft ergibt. **Wie stark wurde das Magnetfeld geändert?**

Im letzten Experiment verwenden **"Gekröpfte" Leiterschleife**

wir einen mehrfach gebogenen Metallbügel. Seine Unterkante ist 4 cm breit, seine Seitenkanten 3 cm hoch. Die zuführenden Drähte sind noch um 1 cm abgewinkelt.

- Markiere die elektrische Polung an den Anschlüssen so, dass der Bügel nach unten gezogen wird.
- Berechne die Kräfte, die in den Drahtstücken bei 5,0 A und 150 mT wirken und stelle sie mit Kraftpfeilen in der Zeichnung dar.
- Erläutere die Auswirkung der seitlichen Leiterstücke.
- Berechne die Kraft, mit der der Bügel nach unten gezogen wird.

Selbst-Check:

- UVW-Regel
- Versuchsaufbau zur Messung der Kraft
- Ergebnisse des Versuches
- magnetische Flussdichte
- "gekröpfte" Leiterschleife

Zusammenfassung der Ergebnisse

$$\left. \begin{array}{l} F \sim I \\ F \sim l \end{array} \right\} \rightarrow F \sim I \cdot l \rightarrow \frac{F}{I \cdot l} = \text{const}$$

z.B. wenn man I verdoppelt und l verdoppelt, dann wird F insgesamt $2 \cdot 2 = 4$ -mal so groß (so wie $I \cdot l$)

$$\frac{F}{I \cdot l} = B$$

B heißt **magnetische Flussdichte**, diese ist ein Maß für die Stärke des Magnetfeldes. Ihre Einheit ist:

$$[B] = 1 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} = 1 \text{ T}$$

Anwendung der Formel

$$B = \frac{F}{I \cdot l} = \frac{40 \cdot 10^{-3} \text{ N}}{10 \text{ A} \cdot 0,04 \text{ m}} = 0,10 \text{ T} = \underline{\underline{100 \text{ mT}}}$$

$$B_{\text{neu}} = \frac{20 \cdot 10^{-3} \text{ N}}{10 \text{ A} \cdot 0,04 \text{ m}} = 0,05 \text{ T} = \underline{\underline{50 \text{ mT}}}$$

Die Stärke des Magnetfeldes (Flussdichte) B wurde halbiert \rightarrow halbe Kraft

b) $B = \frac{F}{I \cdot l} \rightarrow F = B \cdot I \cdot l$

$F_u = 0,15 \text{ T} \cdot 5,0 \text{ A} \cdot 0,04 \text{ m} = 0,03 \text{ N} = \underline{\underline{30 \text{ mN}}}$

$F_l = 0,15 \text{ T} \cdot 5,0 \text{ A} \cdot 0,03 \text{ m} = 22,5 \text{ mN}$

$F_0 = 0,15 \text{ T} \cdot 5,0 \text{ A} \cdot 0,01 \text{ m} = 7,5 \text{ mN}$

c) Die seitlichen Kräfte F_l und F_r heben sich auf.

d) $F_{\text{ges}} = F_u - 2 \cdot F_0 = 30 \text{ mN} - 2 \cdot 7,5 \text{ mN} = \underline{\underline{15 \text{ mN}}}$

Das entspricht der Kraft auf ein 2cm langes Leiterstück (wirksame Leiterlänge), da die Kräfte in den beiden 1cm langen Leiterstücken gegen die Kraft im 4cm langen Stück wirken.

Übungsmöglichkeiten:

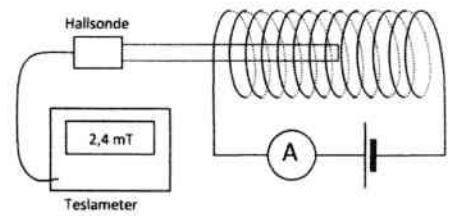
Zahlreiche Aufgaben zum Thema findest Du auf Leifiphysik unter: **Teilgebiet Elektrizitätslehre - Ströme und magnetische Felder - Bestimmung der magnetischen Kraft Aufgaben.** Gut zur Stunde passen "Beschleunigung eines Leiters" und "Kraft auf einen Leiter".

Spulen sind Grundbestandteile von Motoren, Generatoren und Transformatoren. Anhand einer Spulenanordnung haben wir die magnetische Flussdichte B eingeführt (Kap. 3.2). **Sage vorher, von welchen Faktoren die Stärke des Magnetfeldes (Flussdichte B) abhängen könnte.**

3.3 Feld einer langgestreckten Spule

mögliche Einflussfaktoren:

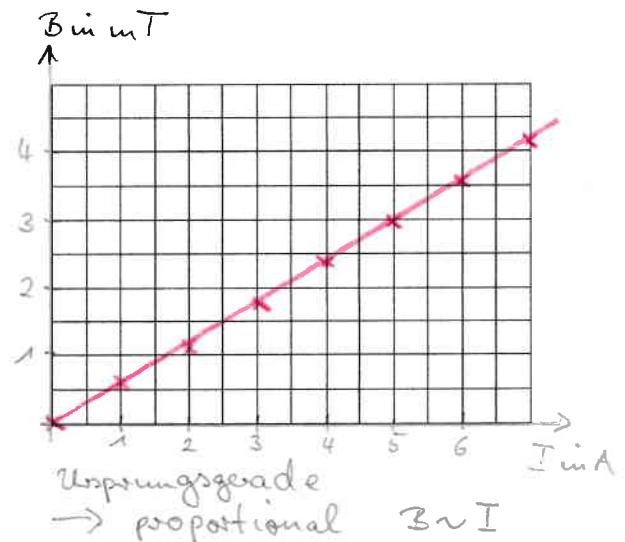
- Stromstärke
- Windungszahl
- Durchmesser der Spule
- Windungszahl der Spule



Hauptexperiment: Variation der Stromstärke

Im Versuch verwenden wir zur Messung der Flussdichte eine Hallsonde, deren Funktionsweise wir erst zu einem späteren Zeitpunkt verstehen lernen. Im ersten Versuch verwenden wir nur eine Spule und variieren die Stromstärke. **Notiere während des Versuches die Messwerte für die Flussdichte und stelle sie anschließend in einem I - B - Diagramm dar. Erläutere den Zusammenhang zwischen den beiden Größen.**

I in A	B in mT
0,0	0
1,0	0,6
2,0	1,2
3,0	1,8
4,0	2,4
5,0	3,0
6,0	3,6
7,0	4,2



12 Bewegungen in magnetischen Felder 3.3 Feld einer Spule

1

Im zweiten Versuch verwenden wir verschiedenen Spulen, die jeweils gleiche Windungszahl und Länge haben, sich aber im Durchmesser d unterscheiden. Die Stromstärke ist immer 1,0 A.

Notiere die Messwerte und interpretiere das Ergebnis.

Variation des Spulendurchmessers

d in mm	B in mT
26	2,3
33	2,3
41	2,3

Flussdichte ist unabhängig vom Durchmesser

Im dritten Versuch verwenden wir bei gleicher Stromstärke zwei Spulen mit gleicher Länge, die aber unterschiedliche Windungszahlen haben.

Im vierten Versuch verwenden wir eine flexible Spule, die sich zusammenschieben und dehnen lässt, so dass wir ihre Länge variieren können.

Notiere wieder die Messwerte und formuliere die Ergebnisse.

Variation der Windungszahl

Windungszahl	150	300
Flussdichte B in mT	1,1	2,3

$B \sim N$

Variation der Länge der Spule

Länge l in cm	60	30
Flussdichte B in mT	0,5	1,0

$B \sim \frac{1}{l}$

Zusammenfassung der Ergebnisse

Unterschiedliche Proportionalitäten zur selben Größe lassen sich zu einer Proportionalität zusammenfassen. Das haben wir bereits bei mehreren Experimenten gemacht.

$$\left. \begin{array}{l} B \sim I \\ B \sim N \\ B \sim \frac{1}{l} \end{array} \right\} \rightarrow B \sim I \cdot N \cdot \frac{1}{l} = \frac{I \cdot N}{l}$$

Proportionalitäten lassen sich mit Hilfe von Konstanten auch als Gleichungen darstellen. In unserem Fall heißt diese magnetische Feldkonstante (die 0 steht für den Wert im Vakuum, in Luft ist kaum ein Unterschied dazu). Durch magnetisierbare Materialien (Eisen) kann das Feld aber mehr als hundertmal so stark werden, das kennst Du schon aus der Mittelstufe.

Wir sind es gewohnt, dass physikalische Konstanten als "krumme" Dezimalbrüche in Erscheinung treten. Die merkwürdig mathematische Form der Feldkonstanten liegt daran, dass sie sich aus der Definition anderer Größen exakt ergibt.

Berechne mit Hilfe der Formel und dem letzten Messwert der ersten Messreihe die magnetische Feldkonstante in Luft. Achte auf korrekte Umwandlung der Einheiten.

Die hergeleitete Formel gilt nur im Inneren einer langgestreckten Spule. Zum Rand hin nimmt die Flussdichte dagegen ab. Hier ermittelst Du an einem Beispiel, wie groß die Flussdichte am Rand einer Spule ist.

Zwei Spulen mit je 300 Wdg und 10 cm Länge werden direkt aneinandergestellt, die Stromstärke beträgt jeweils 1 A. Man kann diese Kombination so betrachten, als wäre es eine gesamte Spule.

a) Berechne die Flussdichte in der Mitte (Pfeil).

b) Zur berechneten Flussdichte tragen beide Spulen bei. Bestimme die Flussdichte am Rand einer Spule und vergleiche.

Selbst-Check:

- Aufbau des Experiments
- experimentelle Ergebnisse
- Ableitung einer Formel für B
- magnetische Feldkonstante
- B am Rand einer Spule

Ableitung einer Formel

$$B \sim \frac{I \cdot N}{l} \rightarrow B = \text{const} \cdot \frac{I \cdot N}{l}$$

Die magnetische Flussdichte B einer **langgestreckten Spule** (Länge > 10-facher Durchmesser) lässt sich berechnen durch die Formel

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I \cdot N}{l}$$

mit I = Stromstärke, N = Windungszahl, l = Länge der Spule $\mu_0 (= 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am})$ heißt magnetische Feldkonstante im Vakuum, die Verstärkung des Magnetfeldes durch Eisenkerne wird durch einen zusätzlichen Faktor μ_r (relative Permeabilität) berechnet.

Anwendung der Formel

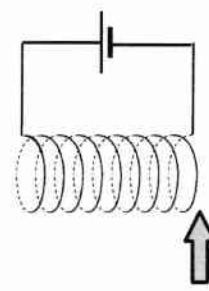
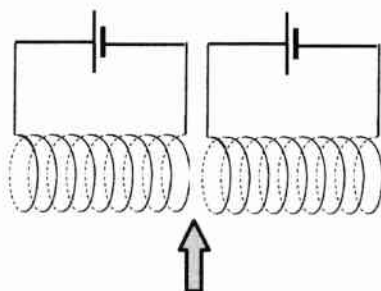
$$B = \mu_0 \cdot \frac{I \cdot N}{l}$$

$$\mu_0 = \frac{B}{\frac{I \cdot N}{l}} = \frac{4,2 \cdot 10^{-3} T}{7,0 A \cdot 485 \frac{1}{m}} = 1,24 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$$

$$4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} = 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am} \quad (\text{Vergleich})$$

$$\frac{T \cdot m}{A} = \frac{Vs \cdot m}{m^2 \cdot A} = \frac{Vs}{Am}$$

Anwendung: Feld am Rand einer Spule



$$a) B = \mu_0 \cdot \frac{I \cdot N}{l} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \cdot \frac{1,0 A \cdot 600}{0,2 m} = 3,77 mT$$

$$\frac{Vs}{Am} \cdot \frac{A}{m} = \frac{Vs}{m^2} = T$$

b) jede Spule trägt hier die Hälfte bei

$$\rightarrow 1 \text{ Spule allein am Rand: } 3,77 mT : 2 = 1,88 mT$$

Vergleich: im Inneren einer Spule

$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \cdot \frac{1,0 A \cdot 300}{0,1 m} = 3,77 mT$$

\rightarrow Feld am Rand halb so groß wie innen

Übungsmöglichkeiten:

Aufgaben zum Thema findest Du auf Leifiphysik unter: **Teilgebiet Elektrizitätslehre - Ströme und magnetische Feld - Magnetfeld von langen Zylinder-spulen Aufgaben**. Eine gute Basisaufgabe ist "Spulenstrom für ein Magnetfeld". Mit dem Quiz übst Du vor allem semiquantitative Aufgaben (je-desto).

Im Kapitel 3.2 haben wir die Kräfte auf Ströme im Magnetfeld untersucht, auch frei fliegende Elektronen stellen einen Strom dar. Der Strahl wird so wie bei den Elektronenröhren in Kap. 2 erzeugt, ein Helmholtz-Spulenpaar außerhalb der Kugel sorgt für ein Magnetfeld im Experimentierraum. **Zeichne den Strahlverlauf, den Du beobachtet hast. Warum zeigt diese Flugbahn die Existenz einer Kraft an? Zeichne diese Kraft an mehreren Punkten der Bahn ein. Welchen Einfluss hat die Veränderung des Magnetfeldes auf die Flugbahn?**

Die Messdaten aus dem Experiment verarbeiten wir später.

Messung:

Beschl. spannung $U =$

Flussdichte $B =$

Bahndurchmesser $d =$

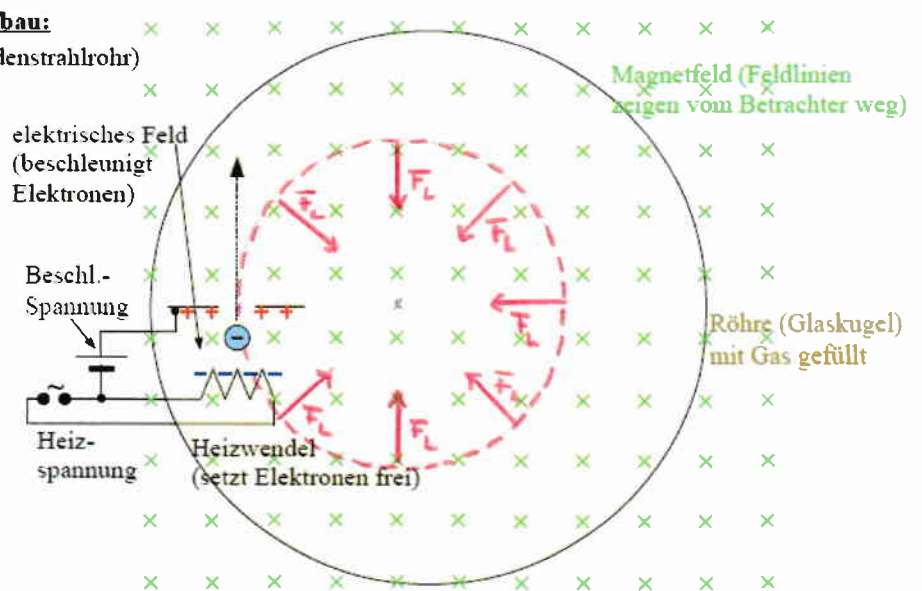
Die hier gefundene Kraft ist identisch mit der Kraft auf den stromführenden Leiter in Kap. 3.2, allerdings bewegen sich die Elektronen von - nach +, also genau entgegengesetzt zur technischen Stromrichtung. **Probiere die neue Regel für den gezeichneten Ausschnitt aus unserem Experiment aus.**

Für die Kraft auf einen Leiter haben wir in 3.2 die Formel $F = B \cdot I \cdot l$ gefunden. Leite daraus eine Formel für ein einzelnes Elektron ab (Tipp: modelliere den Strom I als Bewegung von N Elektronen auf der Leiterlänge l).

3.4 Ablenkung im Magnetfeld - Lorentzkraft

Aufbau:

(Fadenstrahlrohr)



Die Kraft wirkt stets senkrecht zur Flugbahn und ist an jeder Stelle gleich groß. \rightarrow Kreisbahn

- Je größer die Magnetische Flussdichte, desto stärker die Ablenkung (desto kleiner der Bahnradius).
- Je größer die Beschleunigungsspannung, desto schwächer die Ablenkung (desto größer der Bahnradius).

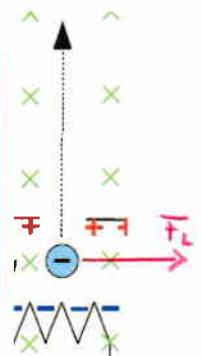
12 Bewegung in magnetischen Feldern 3.4 Lorentzkraft

1

UVW-Regel für freie Ladungen

Bei der Anwendung der Uvw-Regel auf freie Elektronen im Magnetfeld musst Du

- entweder den Daumen der rechten Hand entgegen-gesetzt zur Richtung der Elektronenbewegung halten
- oder den Daumen der linken Hand in Richtung der Elektronenbewegung halten



Lorentzkraft

$$F = B \cdot I \cdot l \quad \text{und} \quad I = \frac{Q}{t} = \frac{N \cdot e}{t} \quad (\text{Def. Stromstärke})$$

damit:

$$F = B \cdot \frac{N \cdot e}{t} \cdot l = N \cdot B \cdot e \cdot \frac{l}{t} = N \cdot B \cdot e \cdot v \quad \text{mit } v = \frac{l}{t}$$

$$\text{für ein Elektron: } F = B \cdot e \cdot v$$

Bewegt sich eine Ladung mit einer Geschwindigkeit v senkrecht zu den Feldlinien eines magnetischen Feldes B , so erfährt sie die Kraft

$$F_L = e \cdot v \cdot B$$

Sie steht senkrecht zur Feldrichtung und zur Bewegungsrichtung und lässt sich mit der Uvw-Regel bestimmen.

12 Bewegung in magnetischen Feldern 3.4 Lorentzkraft

2

Knifflig wird es, wenn man die Elektronen schräg zum Magnetfeld einschießt. Für die Analyse muss man dann den Geschwindigkeitspfeil in zwei Komponenten zerlegen (das funktioniert genauso wie eine Kräftezerlegung). Welche Bahnkurve ergab sich im Experiment bei schrägem Einschuss?

Hier gibt's vier (acht) Aufgaben zur Anwendung der UVW-Regel auf freie Ladungen im Magnetfeld. Die Ladungen sollen sich untereinander nicht beeinflussen, stelle Dir vor, sie fliegen zu verschiedenen Zeiten durch das Magnetfeld.

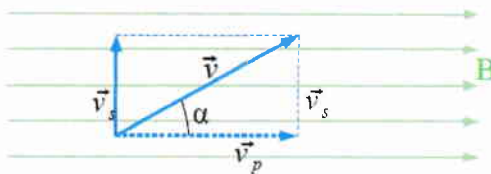
Zeichne sinnvolle Bahnkurven (den Bahnradius können wir nicht berechnen) für die Teilchen. (Beachte: Für positive Ladungen braucht man die UVW-Regel nicht "umdrehen", da sie sich ja von + nach - bewegen, genauso wie die technische Stromrichtung zeigt.)

Jetzt werten wir noch unser Experiment vom Anfang quantitativ aus. Mit den Messwerten auf der ersten Folie gelingt es uns, die Masse eines Elektrons experimentell zu bestimmen. Die Lorentzkraft ist gerade die für die Kreisbahn erforderliche Zentripetalkraft. Leite aus dieser Kräftegleichheit zunächst eine Formel für die spezifische Ladung e/m des Elektrons her. Nachdem wir die Herleitung besprochen haben (die ist nämlich knifflig), kannst Du damit die Masse des Elektrons aus den Versuchsdaten berechnen. (Literaturwert: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)

Selbst-Check:

- Fadenstrahlrohr
- freie Ladungen im Magnetfeld
- UVW-Regel modifiziert
- Lorentzkraft
- Masse des Elektrons bestimmen

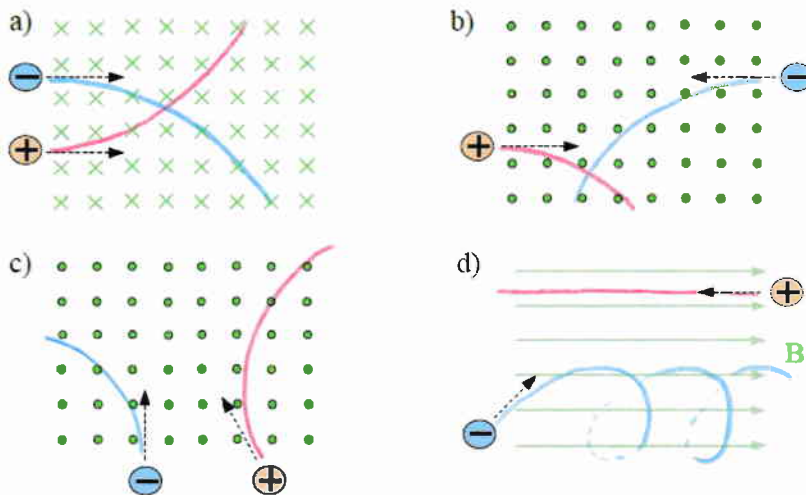
Schräger Einschuss



Entscheidend für die Lorentzkraft ist die Komponente der Geschwindigkeit, die senkrecht zur Feldrichtung steht.

Bei schrägem Einschuss sorgt die senkrechte Geschwindigkeitskomponente für eine Kreisbewegung, die parallele Geschwindigkeitskomponente für eine Vorwärtsbewegung (Drift). Zusammen ergibt sich eine Schraubenlinie.

Training (UVW-Regel):



12 Bewegung in magnetischen Feldern 3.4 Lorentzkraft

3

Experiment: Bestimmung der Masse eines Elektrons

$$F_L = F_Z$$

$$e v B = m \frac{v^2}{r} \quad | : v | : m | : B$$

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{B r}$$

$$\text{mit } v = \sqrt{2U \frac{e}{m}} : \quad \frac{e}{m} = \frac{1}{B r} \cdot \sqrt{2U \frac{e}{m}}$$

$$\text{Quadrieren:} \quad \left(\frac{e}{m}\right)^2 = \frac{1}{B^2 r^2} \cdot 2U \frac{e}{m} \quad | : \frac{e}{m}$$

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{B^2 r^2}$$

Versuch:

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot 300 \text{ V}}{(1,16 \cdot 10^{-3} \text{ T})^2 \cdot (0,05 \text{ m})^2} = 1,78 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}} \rightarrow$$

$$m = \frac{e}{\frac{e}{m}} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{1,78 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}} = \underline{\underline{9,0 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}}$$

Übungsmöglichkeiten:

Auf Leifiphysik findest Du unter **Teilgebiet Elektrizitätslehre - Bewegte Ladungen in Feldern - Fadenstrahlrohr Aufgaben** ein Quiz sowie eine **Versuchsauswertung**, mit der Du unser Vorgehen nochmal üben kannst. Unter **Geladene Teilchen im magnetischen Querfeld Aufgaben** gibt's noch ein Quiz zum Trainieren der UVW-Regel. Bei den **Versuchen** zu diesem Kapitel findest Du unter **Fadenstrahlrohr** eine Simulation zum Experiment.

12 Bewegung in magnetischen Feldern 3.4 Lorentzkraft

4

Im Kapitel 3.4 haben wir aus der Kreisbahn der Elektronen im Magnetfeld deren Masse bestimmt. Das lässt sich auch auf andere geladene Teilchen (insbesondere Ionen) übertragen und führt zu Geräten, die die Massenbestimmung von Teilchen ermöglichen. Bei der Erzeugung von Ionenstrahlen haben die Teilchen nicht alle die gleiche Geschwindigkeit. Wir müssen den Strahl deshalb so filtern, dass er nur noch Ionen mit einer Geschwindigkeit enthält.

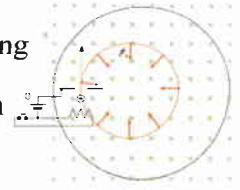
- Zeichne an dem geladenen Teilchen jeweils einen Pfeil für die Kräfte, die aufgrund des elektrischen und des magnetischen Feldes wirken. Unter welcher Bedingung fliegt das Teilchen auf gerader Bahn?
- Leite aus dieser Bedingung eine Formel zur Berechnung der Geschwindigkeit her.
- Erläutere die Bahnkurven bei anderen Geschwindigkeiten?
- Beschreibe den Einfluss von E und B auf die Geschwindigkeit.

Die Ionen, die jetzt die gleiche Geschwindigkeit besitzen, schicken wir in ein homogenes Magnetfeld, wo sie sich durch die Lorentzkraft auf einer (Halb-)Kreisbahn bewegen. Den Auftreffpunkt bestimmen wir mit Fotopapier oder Halbleiter-Detektoren. Die Abbildung zeigt eine einfache Bauform des gesamten Gerätes (nach Bainbridge). Zeichne gestrichelt die Bahnkurve für ein Teilchen, das eine größere Masse hat als das bereits dargestellte und ergänze den Text.

Eine Animation findest Du auf Leifiphysik unter Teilgebiet Elektrizitätslehre - Bewegte Ladungen in Feldern - Versuche - Bainbridge Massenspektrometer. Eine Animation zum Geschwindigkeitsfilter alleine findest Du unter Versuche - WIENScher Geschwindigkeitsfilter.

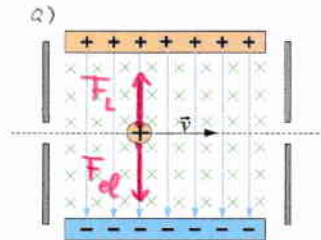
3.5 Massenspektrometer

Massenspektrometer sind Messgeräte zur Bestimmung der Masse von Teilchen. Unser Fadenstrahlrohr war bereits so ein Gerät. Für die Massenbestimmung von Ionen enthalten die Geräte noch weitere Teile.



Geschwindigkeitsfilter (Wien-Filter)

Die Filterung von geladenen Teilchen nach Geschwindigkeit erfolgt durch "gekreuzte Felder". Die Teilchen durchlaufen einen Bereich, in dem ein elektrisches und ein magnetisches Feld vorhanden sind. Diese verlaufen senkrecht zueinander und zur Flugbahn. Blenden sorgen dafür, dass Teilchen die Anordnung nur längs der Achse durchqueren können.



$$b) \quad F_L = F_E$$

$$qvB = q \cdot E \quad | :q \quad | : B$$

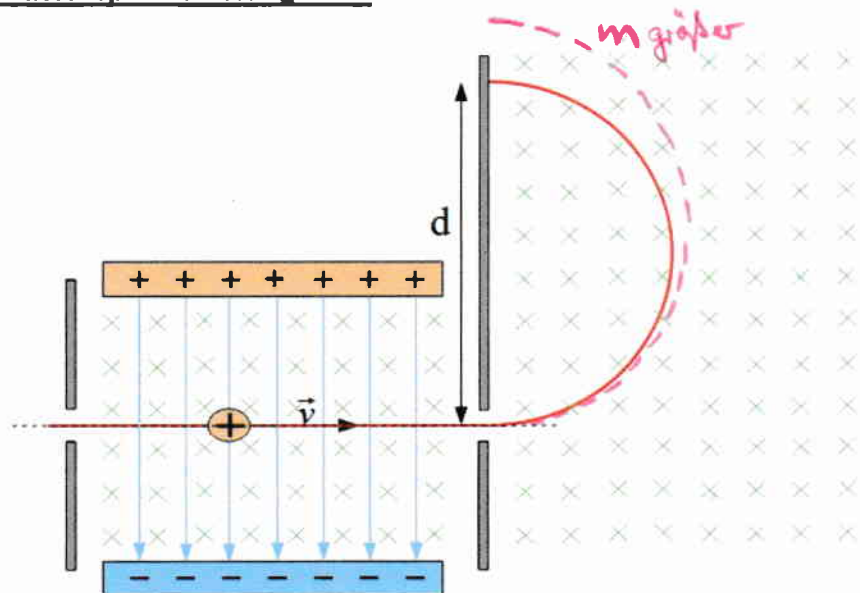
$$v = \frac{E}{B}$$

- Bei schnelleren Teilchen ist die Lorentzkraft größer, die elektrische Kraft bleibt gleich \rightarrow Ablenkung nach oben (langsamere Teilchen werden entsprechend nach unten abgelenkt). Die Masse und Ladung spielen hier keine Rolle.
- Ein größeres E -Feld justiert den Filter zu größerer Geschwindigkeit, ein größeres B -Feld zu kleinerer Geschwindigkeit.

12 Bewegungen in magnetischen Feldern 3.5 Massenspektrometer

1

Massenspektrometer gesamt



Teilchen mit größerer Masse treffen weiter außen auf,

Teilchen mit kleinerer Masse weiter innen (sofern sie gleiche Ladung besitzen).

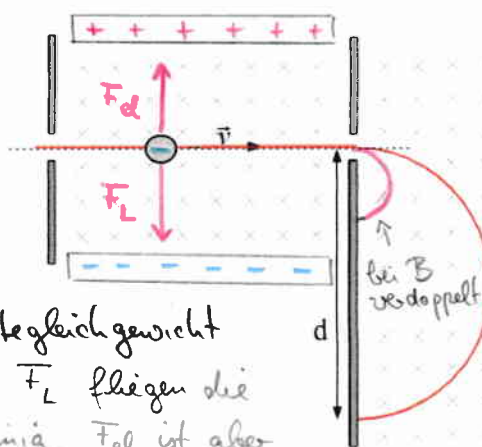
Auf den nächsten beiden Folien findest Du eine umfangreiche Trainingsaufgabe zum Massenspektrometer nach Bainbridge.

Einfach geladene Ionen unterschiedlicher Geschwindigkeit treten senkrecht zu den Feldlinien in ein homogenes Magnetfeld der Flussdichte 100 mT ein. Ein Geschwindigkeitsfilter im linken Teil sorgt dafür, dass nur Ionen der Geschwindigkeit $v = 2,0 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ in den rechten Bereich gelangen.

- Gib die Polung der Ionen an.
- Vervollständige den Geschwindigkeitsfilter im linken Bereich und erläutere, weshalb nur Ionen mit einer bestimmten Geschwindigkeit hindurchgelangen.
- Berechne ausgehend von einem Kräfteansatz die elektrische Feldstärke im Filter.

Training: Massenspektrometer

- Ablenkung rechts nach unten
→ Ion negativ
(UVW-Regel linke Hand)



- Nur bei Kräftegleichgewicht von F_E und F_L fliegen die Ionen geradlinig. F_E ist aber immer gleich groß ($F_E = q \cdot E$), F_L nimmt mit der Geschwindigkeit zu ($F_L = q \cdot v \cdot B$).
→ nur bei einer Geschwindigkeit sind die Kräfte gleich.

$$\begin{aligned} c) \quad F_L &= F_E \\ q \cdot v \cdot B &= q \cdot E \quad | : q \quad | : B \\ (v &= \frac{E}{B} \quad | \cdot B) \end{aligned}$$

$$E = v \cdot B = 2,0 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,1 \text{ T} = 2,0 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}} = \underline{\underline{20 \frac{\text{kV}}{\text{m}}}}$$

$$[\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{T} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = \frac{\text{V}}{\text{m}}]$$

12 Bewegungen in magnetischen Feldern 3.5 Massenspektrometer

3

- Begründe die Bahnform im rechten Teil der Anordnung.
- Der Bahndurchmesser im rechten Teil beträgt 50 cm. Berechne die Masse eines Ions und identifiziere das Element.
- Nun verdoppelt man in der gesamten Anordnung die magnetische Flussdichte (die elektrische Feldstärke bleibt unverändert). Diskutiere in Stichpunkten den Einfluss dieser Maßnahme auf die Bahnkurve und zeichne hierfür eine Flugbahn nach dem Durchfliegen der Blende in das Bild auf der vorigen Folie.

Training (Fortsetzung)

- Lorentzkraft immer senkrecht auf Geschwindigkeit
→ Bahngeschwindigkeit ist konstant, nur Flugrichtung ändert sich
→ also bleibt auch die Lorentzkraft konstant
damit: konstante Kraft senkrecht zur Flugrichtung → Kreisbahn

$$e) \quad F_L = F_Z$$

$$qvB = m \frac{v^2}{r} \quad | : v^2 \quad | \cdot r$$

$$(*) \quad \frac{qB \cdot r}{v} = m$$

$$m = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 0,1 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot 0,25 \text{ m}}{2,0 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2,0 \cdot 10^{-26} \text{ kg} = \underline{\underline{12 \text{ u}}}$$

$1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

$$[\frac{\text{As} \cdot \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot \text{m}}{\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{\text{Ws} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2} = \frac{\text{J} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2} = \text{kg}] \quad \underline{\underline{\text{Kohlenstoff}}}$$

- B verdoppelt → v wird halbiert (Filter $v = \frac{E}{B}$)
aus (*): $r = \frac{mv}{qB}$ → halbiert → r wird vervielfacht (d auch)
 qB → verdoppelt

Selbst-Check:

- Geschwindigkeitsfilter
- Flugbahn
- Bestimmung der Masse
- Einfluss der Versuchsparameter

Übungsmöglichkeiten:

Auf Leifiphysik findest Du unter Teilgebiet Elektrizitätslehre - Bewegte Ladungen in Feldern - WIENScher Geschwindigkeitsfilter Aufgaben zwei Aufgaben zum Filter und eine (interaktive) zum Massenspektrometer insgesamt.

In den letzten Kapiteln haben wir die magnetische Flussdichte mehrfach mit Teslametern gemessen. Diese arbeiten mit sogenannten Hallsonden.

In den Bildchen ist deren Funktionsprinzip dargestellt. Ladungen bewegen sich (Strom!) durch ein Metallplättchen, das senkrecht von einem Magnetfeld durchsetzt wird.

a) Stelle im ersten Bild die auftretende Kraft mit einem Pfeil dar und zeichne die Bahnkurve der Ladung.

b) Könnte die Ladung im zweiten Bild den Anschlusspunkt der Leitung erreichen?

c) Erläutere die Auswirkung der Überlegungen in a) und b) auf die Ladungssituation an der Ober- und Unterkante des Plättchens. Stelle dies im dritten Bild farbig dar.

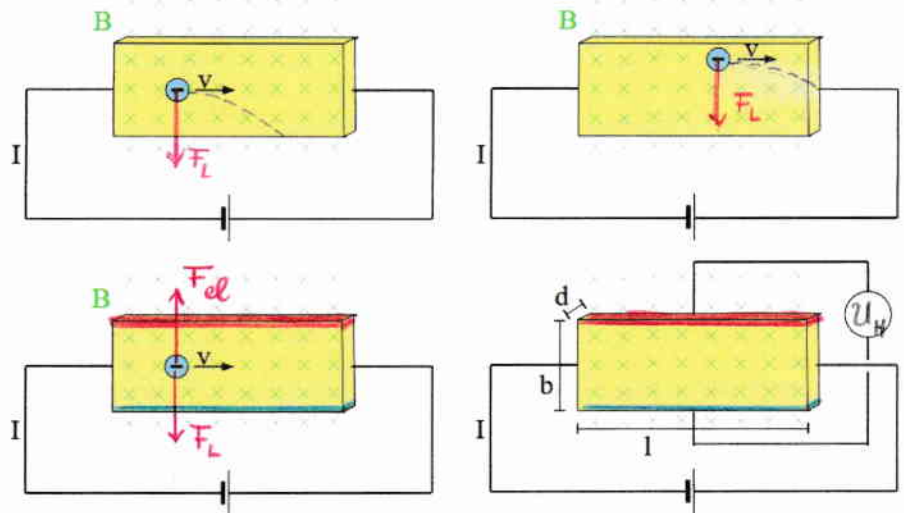
d) Benenne die zusätzliche Kraft, die jetzt auf Ladungen wirkt. Zeichne im dritten Bild beide Kräfte so ein, dass sich die Ladung waagrecht bewegt.

3.6 Halleffekt

Zweck:

Magnetische Flussdichten messen wir in technischen Anwendungen mit Hilfe von Messsonden, die auf dem sogenannten Halleffekt beruhen.

Prinzip:



c) Ladungstrennung: oben fehlen Elektronen \rightarrow + Pol
unten Überschuss an Elektronen \rightarrow - Pol
d, es wirkt zusätzlich eine elektrostatische Kraft F_{el}
(Anziehung + und -)

Stelle das gezeichnete Kräftegleichgewicht an Hand einer Gleichung dar und leite damit eine Formel für die Hallspannung her in Abhängigkeit von Flussdichte B , Teilchengeschwindigkeit v und Plättchenbreite b .

Hallspannung (Herleitung)

$$F_L = F_{el}$$

* Kräftegleichgewicht *

$$evB = e \cdot E = e \cdot \frac{U_H}{b} \quad | : e \cdot b$$

$$U_H = v \cdot B \cdot b$$

(1)

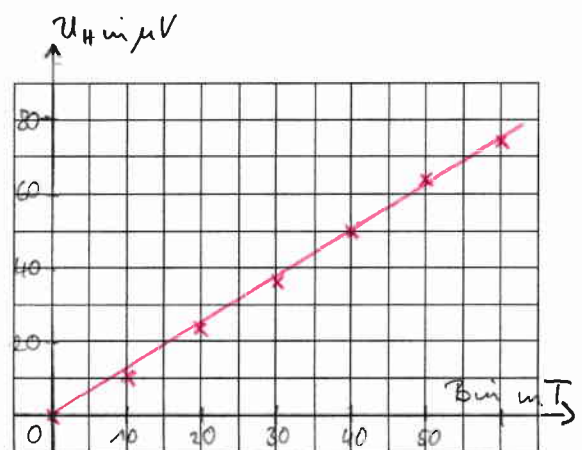
damit kann man auch die Geschwindigkeit v der Elektronen im Plättchen bestimmen:

$$v = \frac{U_H}{B \cdot b}$$

Im Experiment messen wir mit Hilfe eines empfindlichen Voltmeters die Hallspannung an einem Wismutplättchen, ein veränderliches Magnetfeld wird durch einen Elektromagneten erzeugt. Eine Abbildung des Experiments findest Du auf Leifiphysik unter Teilgebiet Elektrizitätslehre - Bewegte Ladungen in Feldern - Halleffekt Grundwissen. Notiere die Messwerte und stelle sie in einem $B - U_H$ -Diagramm dar. Erkläre den Zusammenhang des experimentellen Befundes mit der Herleitung auf dieser Folie.

Experiment: Hallspannung an Wismutprobe bei 4,0 A

B in mT	U_H in μV
0	0
10	10
20	24
30	36
40	50
50	64
60	74



Ursprungsgerade $\rightarrow U_H \sim B$

Die Geschwindigkeit der Elektronen ist messtechnisch nicht erfassbar, stattdessen messen wir die Stromstärke, die als Messgröße die Ladungsbewegung quantifiziert.

Folgende Herleitung ersetzt die Teilchengeschwindigkeit v durch die Stromstärke I . Dabei wird als neue Größe die **Ladungsträgerdichte** $n = N/V$ eingeführt, die die Anzahl der Ladungen pro Volumen angibt. Ihr Wert ist abhängig vom Material des verwendeten Plättchens.

Arbeite die Herleitung durch und bespreche sie mit deinem Nachbarn. Welche Forderung ist an die Hallkonstante des Materials zu stellen, damit unser Experiment besonders gut gelingt? (Wismut ist ein sogenanntes Halbmetall, bei diesen ist die Forderung besonders gut erfüllt.)

R_H sollte möglichst groß sein, also die Ladungsträgerkonzentration n eher klein. Allerdings bekommt man dann auch nur kleinen Strom I .

a) Berechne die Hallkonstante für Wismut aus dem letzten Wert unserer Messreihe (im Versuch $d = 2,0 \text{ mm}$) und vergleiche mit dem Literaturwert

$$R_{H, \text{Bi}} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3/\text{C}$$

b) Wir haben in diesem Kapitel zwei unterschiedliche Formeln für die Hallspannung hergeleitet. Stelle die beiden Übereinstimmungen dar, die sich einmal direkt, einmal indirekt beim Vergleich der beiden Formeln zeigen.

c) In der Technik und in der Medizin nutzt man den Hall-effekt nicht nur, um magnetische Flussdichten zu messen, sondern auch für die Messung der Fließgeschwindigkeit von Flüssigkeiten. Erläutere das Vorgehen dabei.

Selbst-Check:

- Prinzip Halleffekt
- Hallspannung und magnetische Flussdichte
- Hallkonstante
- Anwendungen des Halleffektes

Zusammenhang mit dem Material des Plättchens (Herleitung):

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{N \cdot e}{t} = \frac{n \cdot V \cdot e}{t} = \frac{n \cdot b \cdot d \cdot l \cdot e}{t} = n \cdot b \cdot d \cdot v \cdot e$$

$$n = \frac{N}{V} \quad V = b \cdot d \cdot l \quad v = \frac{l}{t}$$

$$\rightarrow v = \frac{I}{n \cdot b \cdot d \cdot e}$$

eingesetzt in (1): $U_H = \frac{I}{n \cdot b \cdot d \cdot e} \cdot B \cdot b$

Die Hallspannung lässt sich berechnen mit $U_H = \frac{1}{n \cdot e} \cdot \frac{I \cdot B}{d}$
wobei die **Hallkonstante** $R_H = \frac{1}{n \cdot e}$ vom Material abhängt.
 n = Ladungsträgerdichte (Anzahl Ladungen pro Volumen)

Training

a) $U_H = R_H \cdot \frac{I \cdot B}{d}$

$$\rightarrow R_H = \frac{U_H \cdot d}{I \cdot B} = \frac{74 \cdot 10^{-6} \text{ V} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{4,0 \text{ A} \cdot 60 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}} = \underline{\underline{6,2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}^3}{\text{As}}}}$$

b) $U_H = v \cdot B \cdot b \quad U_H = R_H \cdot \frac{I \cdot B}{d}$

- in beiden Fällen proportional zur Flussdichte B (siehe Exp.)
- links proportional zur Geschwindigkeit, rechts prop. zur Stromstärke (Stromstärke I wiederum proportional zur Geschwindigkeit)

c) Man positioniert Magnete, so dass das Magnetfeld senkrecht zur Fließrichtung wirkt. Befinden sich Ladungen im Medium (z.B. Ionen im Blut, das durch eine Ader fließt), so entsteht senkrecht zum Magnetfeld eine Hallspannung, die man außen messen kann. Mit $v = \frac{U_H}{B \cdot b}$ kann man dann die Fließgeschwindigkeit (hier des Blutes in der Ader) bestimmen.

Übungsmöglichkeiten:

Auf Leifiphysik findest Du Aufgaben zum Thema unter **Teilgebiet Elektrizitätslehre - Bewegte Ladungen in Feldern - Halleffekt Aufgaben**. Gut passen die Aufgaben zur "medizinischen Anwendung" und zum "Goldplättchen".

Im Gegensatz zu einem Linearbeschleuniger wird die Baugröße sehr kompakt, wenn man die Teilchen in Kurven fliegen lässt, dies gelingt mit Hilfe eines Magnetfeldes. Alle jeweils gleich gepolten Röhren des Linearbeschleunigers (also jede zweite) werden dabei zu einem halben Hohlzylinder (D) zusammengefasst.

a) Ein positives Ion wird aus einer Quelle am Rand des linken D's freigesetzt. Markiere im ersten Bild die Polung, mit der das Ion am Spalt nach rechts beschleunigt wird.

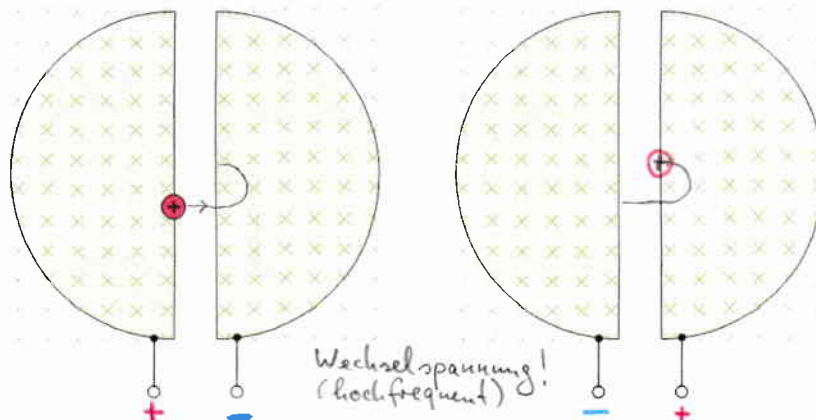
b) Im Inneren der D's existiert kein elektrisches, aber ein magnetisches Feld. Zeichne die Bahn des Ions innerhalb des rechten D's.

c) Gib im zweiten Bild die nötige Polung an für den Moment, an dem das Ion den Spalt erreicht.

d) Leite aus einer Kraftbetrachtung Formeln für den Radius des Halbkreises und die Flugdauer dafür her.

3.7 Teilchenbeschleuniger Das Zyklotron

Aufbau:



Bahnradius: $F_L = F_Z \rightarrow qvB = m \frac{v^2}{r} \rightarrow r = \frac{mv}{qB}$

Flugdauer: $v = \frac{\pi r}{t} \rightarrow t = \frac{\pi r}{v} = \frac{\pi m v}{qB \cdot v} = \frac{\pi m}{qB}$ unabhängig! von v

Auch wenn die Ladung mit jedem Umlauf schneller wird, erreicht sie immer nach der gleichen Zeit den Spalt, da die Wegstrecke ebenfalls größer wird.
→ Umpolung mit konst. Frequenz

Zyklotronfrequenz: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2t} = \frac{qB}{2\pi m}$

12 Bewegungen im magnetischen Feld 3.7 Teilchenbeschleuniger

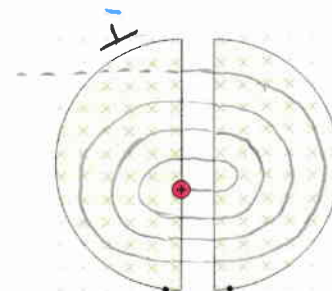
Zeichne die gesamte Flugbahn des Ions (mit mehreren Umläufen) ein. Zum Verlassen erfolgt typischerweise ein elektrostatischer "Kick", der das Ion aus dem magnetischen Feld katapultiert.

Im Kapitel 2.3 haben wir relativistische Effekte kennengelernt, die bei hohen Energien (Geschwindigkeiten) auftreten. Erläutere die Probleme, die diese für das Zyklotron mit sich bringen.

Die meisten Zyklotrons werden deshalb nur für Geschwindigkeiten bis 0,1 c betrieben. Starke Magnetfelder liegen typisch im Bereich von wenigen Tesla (ca. 2 - 3 T). Schätze die Baugröße eines Zyklotrons ab, wenn man kleinere Ionen (z.B. Sauerstoff) bis 0,1 c beschleunigen möchte.

gesamte Flugbahn im Zyklotron

Eine Animation gibt's auf Leifphysik unter Teilgebiet Elektrizitätslehre - Bewegte Ladungen in Feldern - Ausblick - Zyklotron.



Probleme bei hohen Energien

- zum Beschleunigen immer mehr Energie nötig, wenn Masse zunimmt (für $v > 0,1c$)
- Zyklotronfrequenz ist nicht mehr konstant, wenn Masse zunimmt → f wird dann kleiner
→ Umpolfrequenz muss an aktuelle Geschwindigkeit angepasst werden (Synchro-Zyklotron), technisch aufwendig

Aufgabe: Dimensionierung des Geräts

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{16,167 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 3,0 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 3 \text{ T}} = 1,67 \text{ m} \rightarrow \text{Durchmesser } 3,3 \text{ m}$$

$$\left[\frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\frac{\text{As}}{\frac{\text{Vs}}{\text{m}}}} = \frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\frac{\text{Vs}}{\text{m}}} = \frac{\text{kg} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2}}{\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = \text{m} \right]$$

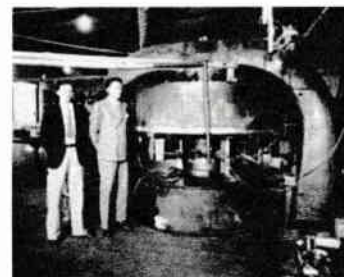


Abb. aus Leifphysik

1. **Strahlrohr** (etwa handteller-
groß): hier bewegen sich die
Teilchen im Vakuum.
2. **Injektor**: hier werden die Ionen
erzeugt und in das Ringsystem
eingebracht.
3. **Beschleunigungsstrecken**: hier
werden die Teilchen mit elektri-
schen Feldern beschleunigt.
4. **Ablenkmagnete**: Die Lorenz-
kraft sorgt für Ablenkung.
5. **Magnetische Linsen**: bündeln
die Teilchen, die sich abstoßen.
6. **Kollisionszone**: Aufprall der
Teilchen auf andere Teilchen
erlaubt deren Untersuchung.

Ein großes Bahnradius reduziert auch den sonst erheblichen Energieverlust durch sogenannte Synchrotronstrahlung.

*Diese Aufgabe findest Du auf Leifphysik unter Suchbegriff **Synchrotron**.*

In einem Synchrotron bewegen sich Protonen durch das homogene Feld von Elektromagneten auf einer kreisförmigen Bahn mit Radius $r = 100 \text{ m}$. Elektrische Felder beschleunigen die Protonen bei jedem Umlauf, bis sie fast Lichtgeschwindigkeit erreichen.

a) Wie kann man erreichen, dass die Protonen trotz zunehmender Geschwindigkeit auf derselben Kreisbahn bleiben?

b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit eines Protons, wenn es erstmals $1,0 \cdot 10^5 \text{ V}$ durchlaufen hat.

c) Berechnen Sie die Gesamtenergie, wenn $v = 2,62 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ erreicht ist.

d) Bestimmen Sie die Flussdichte B für die Geschwindigkeit in c).

Selbst-Check:

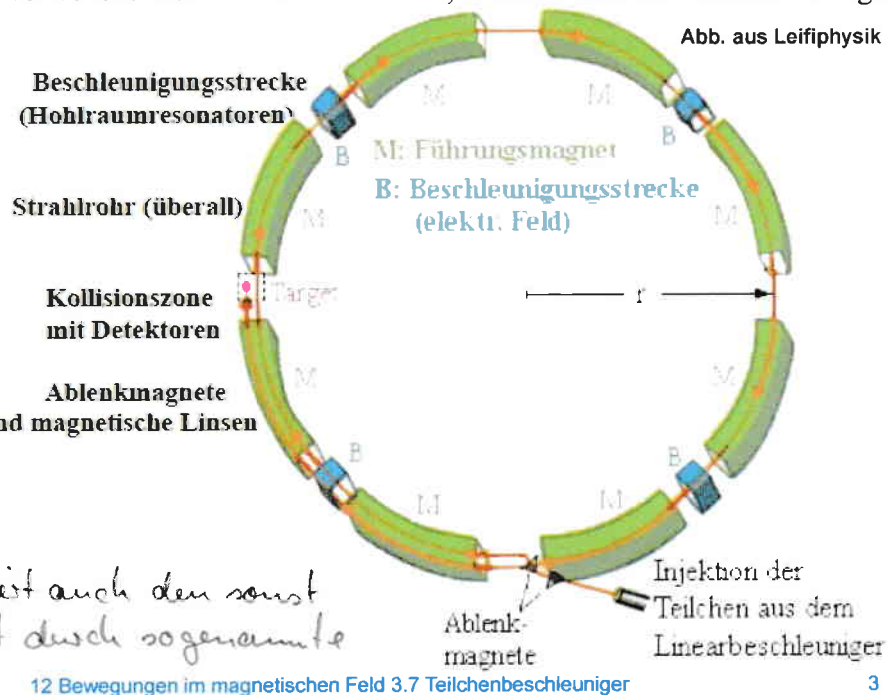
- Aufbau Zyklotron
- Radius und Umlaufdauer
- Aufbau Synchrotron
- relativistische Berechnungen

Berechnungen

$$\frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{Asm}} = \frac{V \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{V \text{Asm}} = \frac{V \text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{V \text{m} \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{V_s}{\text{m}^2} = T$$

Synchrotron

Für hohe Energien wird es zunehmend schwieriger, die Teilchen auf Kurven abzulenken, da sowohl Geschwindigkeit, als auch Massen größer werden. Man macht deshalb den Radius der Flugbahn größer. Wie beim Linearbeschleuniger verwendet man Röhren, in denen sich die Teilchen bewegen.



Training: Synchrotron

$$a) F_L = F_Z \rightarrow qvB = m \frac{v^2}{r} \rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

wenn r größer wird, muss auch B vergrößert werden, damit r konstant bleibt

$$b) \frac{1}{2} mv^2 = q \cdot U \rightarrow v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 1,0 \cdot 10^5 \text{ V}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 4,4 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$c) \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{\sqrt{1 - \left(\frac{2,62 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right)^2}} = \underline{\underline{3,43 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}}$$

$$E = mc^2 = 3,43 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 = 3,1 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{3,43 - 1,67}{1,67} = 1,05 = \underline{\underline{105\%}} \quad \text{Messung (nicht als verdoppelt)}$$

$$d) r = \frac{mv}{qB} \rightarrow B = \frac{mv}{qr} = \frac{3,43 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 2,62 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 100 \text{ m}} = 0,056 \text{ T} = 56 \text{ mT}$$

Übungsmöglichkeiten:

Auf Leifiphysik findest Du weitere Aufgaben zu Teilchenbeschleunigern unter den Suchbegriffen **Zyklotron** und **Synchrotron**.