

Im Gegensatz zu einem Linearbeschleuniger wird die Baugröße sehr kompakt, wenn man die Teilchen in Kurven fliegen lässt. Dies gelingt mit Hilfe eines Magnetfeldes. Alle jeweils gleich gepolten Röhren des Linearbeschleunigers (also jede zweite) werden dabei zu einem halben Hohlzylinder (D) zusammengefasst.

Der Physiker Ernest Lawrence (1901 – 1958) bekam dafür 1939 den Nobelpreis für Physik.

Ein positives Ion wird aus einer Quelle am Rand des linken D's freigesetzt. Im Spalt herrscht ein elektrisches Feld, im Inneren der D's ein magnetisches Feld. Erkläre, was in den einzelnen Bereichen mit dem Ion passiert und zeichne seine Bahn ein. Was muss für die Polung gelten?

Leite aus einer Kraftbetrachtung eine Formel für den Radius des Halbkreises her.

Innerhalb eines Halbkreises wird das Ion lediglich abgelenkt, der Betrag der Geschwindigkeit bleibt gleich.

Leite damit eine Formel für die Flugdauer für einen Halbkreis her.

Bei hohen Energien (Geschwindigkeiten) treten relativistische Effekte auf. Erläutere die Probleme, die diese für das Zyklotron mit sich bringen.

Die meisten Zyklotrons werden deshalb nur für Geschwindigkeiten bis 0,1 c betrieben. Starke Magnetfelder liegen im Bereich von wenigen Tesla (ca. 2 - 3 T). Schätze die Baugröße eines Zyklotrons ab, wenn man kleinere Ionen (z.B. Sauerstoff) bis 0,1 c beschleunigen möchte.

## 4. Medizinphysik

### 4.1 Teilchenbeschleuniger

#### Zyklotron

① Spalt; nur E-Feld  
⇒ Beschleunigung; bei jeder Durchquerung Energiezunahme um  $\Delta E = q \cdot U$

② „D's“; nur B-Feld  
⇒ Ablenkung ⇒ Kreisbahn  
(mit zunehmender Geschwindigkeit wird Radius größer)

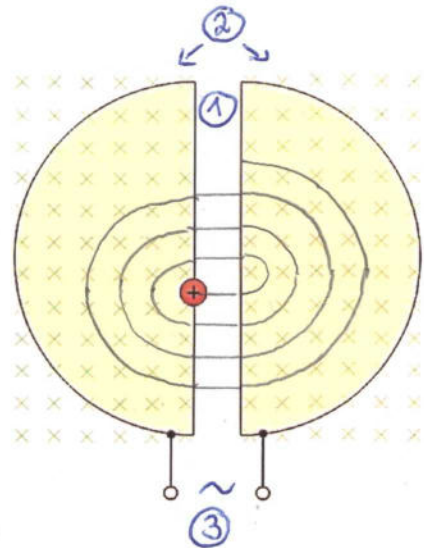
③ nach jedem Spaltdurchgang Umpolung nötig  
⇒ Wechselspannung

#### Bahnradius

$$F_L = F_Z$$

$$q \cdot v \cdot B = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

4.1 Teilchenbeschleuniger



#### Flugdauer (Halbkreis)

$$v = \frac{s}{t} = \frac{\pi r}{t} \quad \leftarrow \text{Umfang Halbkreis}$$

$$\Rightarrow t = \frac{\pi \cdot r}{v} = \frac{\pi \cdot m \cdot v}{v \cdot q \cdot B} = \frac{\pi \cdot m}{q \cdot B} \quad \leftarrow \text{unabhängig von } v$$

Auch wenn die Ladung mit jedem Umlauf schneller wird, erreicht sie nach der gleichen

Zeit den Spalt, da die Wegstrecke ebenfalls größer wird. Dadurch kann die Umpolung mit konstanter Frequenz erfolgen.

$$\text{Zyklotronfrequenz: } f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2t} = \frac{qB}{2\pi m}$$

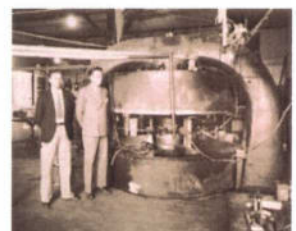
#### Probleme bei hohen Energien

$v > 0,1c \Rightarrow$  Massenzunahme  $\Rightarrow$  kleinere Frequenz  
 $\Rightarrow$  variable Umpolfrequenz nötig (technisch aufwändig)

#### Übungsaufgabe: Dimensionierung des Geräts ••

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{16 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 3,0 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 3 \text{ T}}$$

$$= 1,67 \text{ m} \Rightarrow \text{Durchmesser } 3,3 \text{ m}$$



4.1 Teilchenbeschleuniger

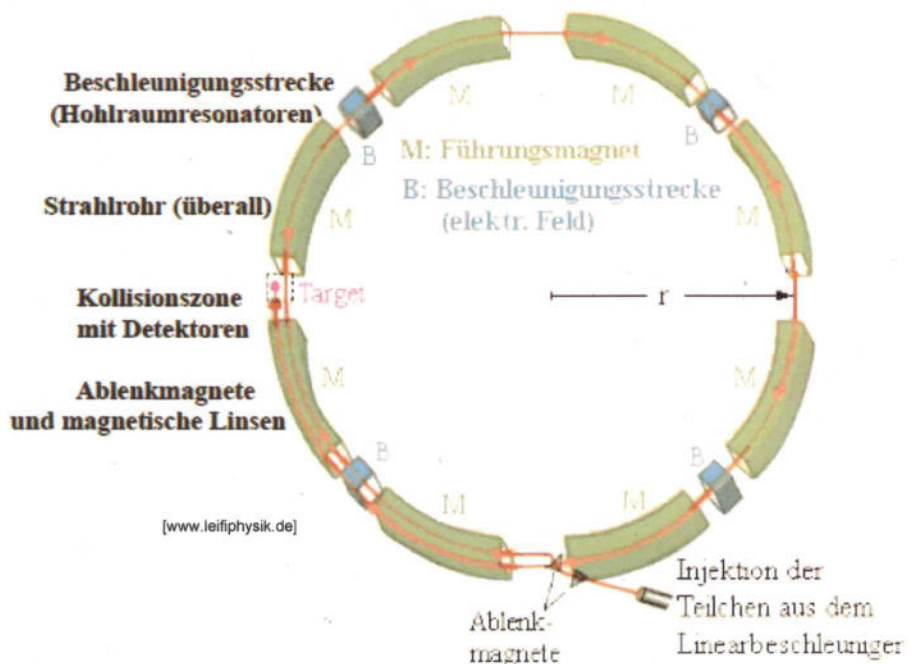
2

Man denkt beim Synchrotron zunächst an einen aufgewickelten Linearbeschleuniger. Im Gegensatz zu diesem behalten die Rohrabschnitte hier aber ihre feste Länge, stattdessen wird das Timing für die Beschleunigungsfelder an die zunehmende Geschwindigkeit der Teilchen angepasst (synchronisiert), das gleiche gilt für das Timing und die Stärke der Ablenkmagnete.

1. Strahlrohr (etwa handteller-groß): hier bewegen sich die Teilchen im Vakuum.
2. Injektor: hier werden die Ionen erzeugt und in das Ringsystem eingebracht.
3. Beschleunigungsstrecken: hier werden die Teilchen mit elektrischen Feldern beschleunigt.
4. Ablenkmagnete: Die Lorentzkraft sorgt für Ablenkung.
5. Magnetische Linsen: bündeln die Teilchen, die sich abstoßen.
6. Kollisionszone: Aufprall der Teilchen auf andere Teilchen erlaubt deren Untersuchung.

### Synchrotron

Für hohe Energien wird es zunehmend schwieriger, die Teilchen auf Kurven abzulenken, da sowohl Geschwindigkeit, als auch Masse größer werden. Man macht deshalb den Radius der Flugbahn größer. Wie beim Linearbeschleuniger verwendet man Röhren, in denen sich die Teilchen bewegen.



4.1 Teilchenbeschleuniger

3

Im Folgenden soll ein „low-cost-Zyklotron“ für Protonen betrachtet werden, das mit der Haushaltswechselspannung (Frequenz: 50,0 Hz) betrieben wird. Die Energiezufuhr findet dabei für ein Proton immer dann statt, wenn die Spannung ihren Scheitelwert 325 V annimmt.

a) Welchen Zuwachs an kinetischer Energie erhalten die Protonen bei einem Umlauf?

b) Berechnen Sie die magnetische Flussdichte  $B$ , mit der dieses Zyklotron betrieben werden muss.

[zur Kontrolle:  $B = 3,28 \mu\text{T}$ ]

c) Wie lange dauert es, bis dieses Zyklotron ein anfangs ruhendes Proton auf 1,0 % der Lichtgeschwindigkeit beschleunigt hat? Berechnen Sie den Radius  $r$  der Kreisbahn, die auf 1,0 % der Lichtgeschwindigkeit beschleunigte Protonen durchlaufen.

d) Halten Sie ein solches „low-cost-Zyklotron“ für realisierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

### Übungsaufgabe: „low-cost-Zyklotron“ (Abi GK 2003) •••

$$a) \Delta E = 2 \cdot e \cdot U = 2e \cdot 325 \text{ V} = 650 \text{ eV} = \underline{1,04 \cdot 10^{-16} \text{ J}}$$

$$b) f = \frac{qB}{2\pi m} \Rightarrow B = \frac{2\pi f m}{q}$$

$$= \frac{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = \underline{3,28 \cdot 10^{-6} \text{ T}} = \underline{3,28 \mu\text{T}}$$

$$c) \text{Anzahl Umläufe: } N = \frac{E_{\text{kin}}}{\Delta E} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\Delta E}$$

$$= \frac{0,5 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (0,01 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2}{1,04 \cdot 10^{-16} \text{ J}} = 72$$

$$\text{Zeit: } t = N \cdot T = N \cdot \frac{1}{f} = 72 \cdot \frac{1}{50 \text{ Hz}} = \underline{1,4 \text{ s}}$$

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 0,01 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 3,28 \cdot 10^{-6} \text{ T}} = 9546 \text{ m} = \underline{9,5 \text{ km}}$$

d) Über einem Radius von 9,5 km müsste ein homogenes Magnetfeld wirken  $\Rightarrow$  nicht möglich



In der Krebstherapie gibt es drei Behandlungsmethoden: Operation, Chemotherapie und Strahlentherapie. Oft werden auch mehrere Therapiemethoden kombiniert. Aus biophysikalischer Sicht ist hier vor allem die Strahlentherapie interessant.

Die biologische Wirkung ionisierender Strahlung wird am Ende des Kapitels Medizinphysik noch ausführlich behandelt.

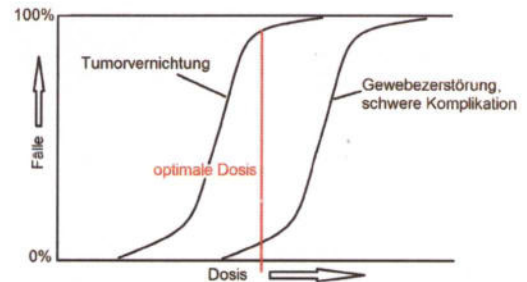
## 4.2 Strahlentherapie

### Grundprinzip

Bei der Strahlentherapie werden Zellen durch ionisierende Strahlung ( $\beta$ ,  $\gamma$ , Protonen, Schwerionen) geschädigt.

Der Reparaturmechanismus von Krebszellen funktioniert aber meist schlechter als der von gesunden Zellen. Dadurch können sich die gesunden Zellen regenerieren und die Krebszellen sterben ab.

Der Tumor soll eine möglichst hohe Energiedosis erhalten, umliegendes gesundes Gewebe eine möglichst geringe Dosis.



[Wollewoox; <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Dosis.png>]

Je nach Lage und Art des Tumors kommen verschiedene Bestrahlungsarten zum Einsatz. Einige davon werden nun genauer betrachtet.

### 4.2 Strahlentherapie

1

Cyberknife ist robotergestützter Linearbeschleuniger, der als Strahlenquelle für die Strahlentherapie dient. Im Jahr 2005 wurde in München die deutschlandweit erste solche Anlage in Betrieb genommen. Stand 2024 gibt es in Deutschland 13 Anlagen.

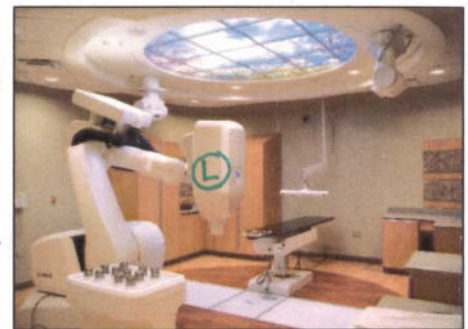
Wie die hochenergetischen Photonen genau entstehen, lernst du im Kapitel zur Erzeugung von Röntgenstrahlung.

Der Roboterarm ist so beweglich und präzise, dass er den Tumor aus bis zu 3000 Richtungen bestrahlen kann. Bewegungen, z.B. durch Atmung, werden von einem Ortungssystem erfasst und ausgeglichen.

### Cyberknife – Bestrahlung mit Photonen

#### Erzeugung der Photonen:

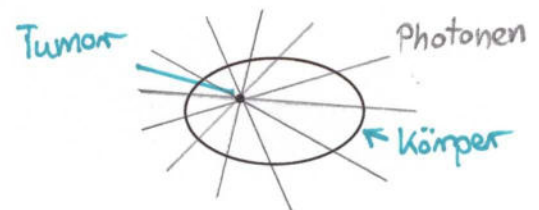
Elektronen werden in einem Linearbeschleuniger  $\textcircled{L}$  auf 6 MeV beschleunigt ( $>99\%$  der Lichtgeschwindigkeit) und auf eine gekühlte Wolframplatte geschossen.  $\Rightarrow$  Photonen bis  $E=6\text{ MeV}$  (Energieerhaltung)



[Communications Manager; [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Robotic\\_CyberKnife\\_at\\_St.\\_Marys\\_Of\\_Michigan.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Robotic_CyberKnife_at_St._Marys_Of_Michigan.jpg)]

#### Bestrahlung des Tumors:

Der Tumor wird aus vielen verschiedenen Richtungen mit hoch-energetischen Photonen bestrahlt  $\Rightarrow$  Tumor erhält hohe Energiedosis, umliegendes Gewebe nur geringe Dosis.



### 4.2 Strahlentherapie

2

In Heidelberg nahm im Jahr 2009 das deutschlandweit erste Protonen- und Ionenstrahltherapiezentrum den Betrieb auf. Davor war eine solche Behandlung nur im kleinen Rahmen in Forschungseinrichtungen möglich. Stand 2024 existieren fünf solcher Anlagen in Deutschland.

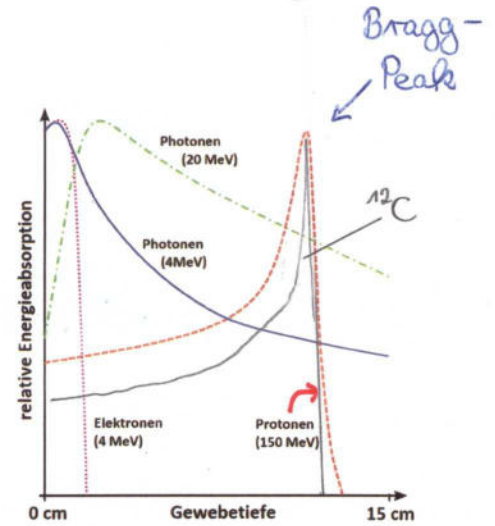
Beschreibe das besondere Verhalten von Protonen bei der Energieabgabe im Gewebe. Erkläre, was dies für die Tumorbestrahlung bedeutet.

Für die Bestrahlung mit Schwerionen ist ein Synchrotron nötig. Daher sind die Kosten für solche Anlagen sowie für die Behandlung sehr hoch.

## Protonen- und Partikeltherapie

Anders als Photonen geben Protonen den größten Teil ihrer Energie in einer ganz bestimmten Tiefe ab (Bragg-Peak). Diese Tiefe kann über die Energie der Protonen variiert werden. Je größer die Energie, desto tiefer der Bragg-Peak.

Damit kann ein Tumor gezielter bestrahlt werden. Keine Gewebebelastung hinter dem Tumor. Mit Schwerionen (z.B.  $^{12}\text{C}$ ) ist eine noch gezieltere Bestrahlung möglich.



[MBq Disk Bew ; SVG-Umsetzung Cepheiden; <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tiefendosiskurven.svg>]

## 4.2 Strahlentherapie

3

Zwei weitere aus biophysikalischer Sicht interessante Bestrahlungsarten funktionieren mit radioaktiven Stoffen. Diese werden hier kurz dargestellt.

### Ausblick: Weitere Therapiearten

#### Brachytherapie:

Mehrere ummantelte radioaktive Präparate (=Seeds) werden direkt im oder am Tumor platziert. Um das bestmögliche Ergebnis zu bekommen, erstellen Medizophysiker eine Art „Landkarte“, nach der Ärzte die Seeds einsetzen



[James Heilman, MD; <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:BrachytherapybeadsNo.png>]

#### Radionuklidtherapie:

Dem Patienten werden radioaktiv markierte Stoffe gespritzt, die sich ausschließlich am gewünschten Ort anreichern und dort über einen längeren Zeitraum zerfallen. Z.B.:

- Schilddrüsenkrebs: NaI mit  $^{131}\text{I}$  ( $\beta$ -Strahler mit Halbwertszeit  $T_{1/2} = 8,0$  d). Die Schilddrüse ist der einzige Ort im Körper, an dem sich Iod anreichert.
- Knochenmetastasen:  $\text{SrCl}_2$  mit  $^{89}\text{Sr}$  ( $\beta$ -Strahler mit  $T_{1/2} = 51$  d). Strontium steht im PSE in derselben Hauptgruppe wie Kalzium, hat daher ähnliche chemische Eigenschaften wie Kalzium und wird vom Körper wie Kalzium in Knochen eingebaut.

1	2	3
1 H 1,008		
3 Li 6,941	4 Be 9,0122	
9 F 18,9984	10 Ne 20,1798	
11 Na 22,9898	12 Mg 24,3040	
13 Al 26,9815	14 Si 28,0855	15 P 30,9738
16 S 32,06	17 Cl 35,453	18 Ar 39,948
19 K 39,0983	20 Ca 40,078	21 Sc 44,956
22 Ti 47,88	23 V 50,9415	24 Cr 51,9961
25 Mn 54,938	26 Fe 55,845	27 Co 58,9332
28 Ni 58,6934	29 Cu 63,546	30 Zn 65,38
31 Ga 69,723	32 Ge 72,630	33 As 74,9216
34 Se 78,96	35 Br 79,904	36 Kr 83,80
37 Rb 85,4678	38 Sr 87,62	39 Y 88,906
40 Zr 91,224	41 Nb 92,906	42 Mo 95,94
43 Tc 98,906	44 Ru 101,07	45 Rh 102,905
46 Pd 106,42	47 Ag 107,868	48 Cd 112,411
49 In 114,818	50 Sn 118,710	51 Sb 121,757
52 Te 127,60	53 I 126,905	54 Xe 131,29
55 Cs 132,905	56 Ba 137,327	57 La 138,905
58 Ce 140,127	59 Pr 140,908	60 Nd 144,242
61 Pm 144,913	62 Sm 150,36	63 Eu 151,964
64 Gd 157,254	65 Tb 158,925	66 Dy 162,50
67 Ho 164,930	68 Er 167,26	69 Tm 168,933
70 Yb 173,054	71 Lu 174,967	72 Hf 178,49
73 Ta 180,948	74 W 183,84	75 Re 186,207
76 Os 190,23	77 Ir 192,222	78 Pt 195,084
79 Au 196,967	80 Hg 200,59	81 Tl 204,38
82 Pb 207,2	83 Bi 208,98	84 Po 209
85 At 210	86 Rn 222	87 Fr 223
88 Ra 226	89 Ac 227	90 Th 232
91 Pa 231	92 U 238,03	93 Np 237
94 Pu 244	95 Am 243	96 Cm 247
97 Bk 247	98 Cf 251	99 Es 252
100 Fm 257	101 Md 258	102 No 259
103 Lr 260	104 Rf 261	105 Db 262
106 Sg 266	107 Bh 264	108 Hs 277
109 Mt 268	110 Ds 271	111 Rg 272
112 Cn 285	113 Nh 284	114 Fl 289
115 Lv 293	116 Ts 294	117 Og 294

## 4.2 Strahlentherapie

4

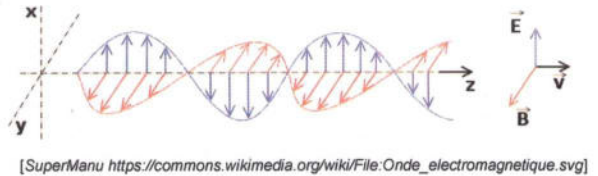


Elektromagnetische Wellen erstrecken sich über einen viel größeren Frequenzbereich als das sichtbare Licht. Sie ermöglichen uns die Untersuchung von Vorgängen am Sternenhimmel ebenso wie die nützliche Anwendung in Forschung, Medizin und Kommunikationstechnik.

### 4.3 Röntgenstrahlung

#### Elektromagnetische Wellen

Eine elektromagnetische Welle besteht aus einem elektrischen und magnetischen Feld,



die senkrecht zur Ausbreitungsrichtung orientiert sind und sich periodisch ändern. Die Welle selbst breitet sich mit Lichtgeschwindigkeit aus. Die Ausbreitung erfordert kein Medium, ist also auch im Vakuum möglich. Wie für jede Welle gilt:

$$c = \lambda \cdot f \quad c: \text{Lichtgeschwindigkeit}$$

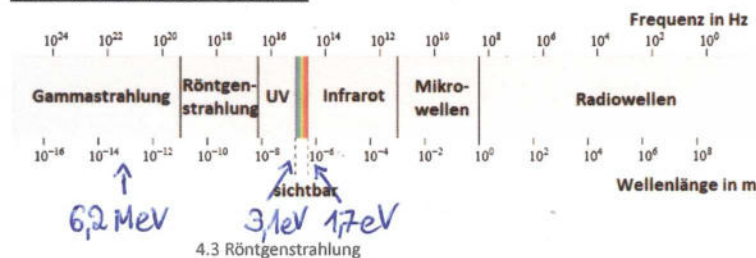
Aus biophysikalischer Sicht ist vor allem die Wechselwirkung mit menschlichem Gewebe relevant. Bei Wechselwirkung ist die Beschreibung als Photon erforderlich. Hierbei gilt:

$$E_{\text{Photon}} = h \cdot f = h \frac{c}{\lambda}$$

Planck'sches Wirkungsquantum  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

Die Graphik zeigt eine Übersicht über den gesamten Bereich elektromagnetischer Wellen. Beachte hierbei, dass die Skalen für die Frequenz und die Wellenlänge logarithmisch sind.

#### Elektromagnetisches Spektrum



Berechne die Photonenenergie in eV bei der Wellenlänge 750 nm (rotes Licht), 400 nm (blaues Licht) sowie  $2 \cdot 10^{-13} \text{ m}$  (Gammastrahlung) und trage die Werte die Abbildung ein.

#### Übungsaufgabe: Photonenenergie

$$E_{\text{rot}} = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{750 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 2,65 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\approx 1,7 \text{ eV} \quad ; \quad E_{\text{blau}} = \dots = 3,1 \text{ eV} \quad ; \quad E_{\gamma} = \dots = 6,2 \text{ MeV}$$

#### Nutzungsbereiche des elektromagnetischen Spektrums

- Radiowellen: Mobilfunk, TV, Radio, Radioteleskope (Astronomie) MRT
- Mikrowellen: Funk, Radar, Mikrowellenherd ( $\lambda = 12 \text{ cm}$  erwärmt Wasser)
- Infrarot (IR): (=Wärmestrahlung), Wärmebildkamera, Fernbedienung, Lichtschranke, Pulsoxymeter
- Ultraviolett (UV): Geldscheinprüfung, Schwarzlichtlampe (Disco), verursacht Sonnenbrand / Hautkrebs
- Röntgenstrahlung: Röntgen, Computertomographie, Gepäckkontrolle (Flughafen)
- Gammastrahlung: Kosmische Strahlung, Materialprüfung, Nuklearmedizin, Strahlentherapie

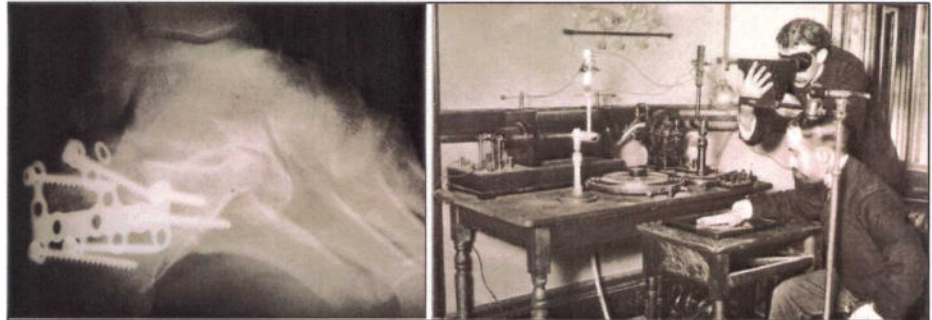
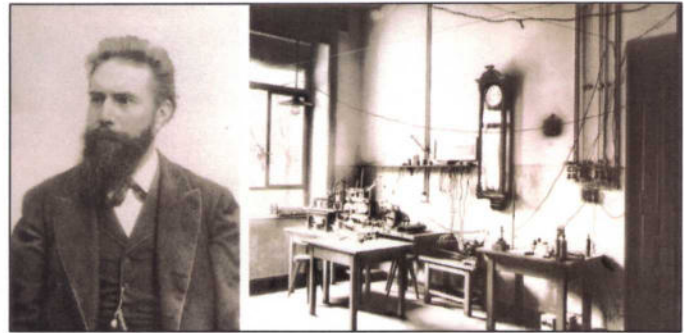
Gib jeweils an, in welchen technischen und medizinischen Bereichen die verschiedenen Bereiche des elektromagnetischen Spektrums Anwendungen finden.

Verschiedene Strahlungsarten ermöglichen einen Blick in den menschlichen Körper. Neben elektromagnetischen Wellen werden hierfür aber auch Schallwellen (Ultraschall) oder Magnetfelder (Magnetresonanztomographie MRT) eingesetzt.

Röntgenstrahlung ist aus der modernen Medizin nicht mehr wegzudenken. Diese wurde 1895 vom deutschen Physiker Wilhelm Conrad Röntgen (1845 – 1923) an der Universität Würzburg zufällig entdeckt, als er an etwas ganz anderem forschte. Für diese Entdeckung hat Röntgen 1901 den allerersten Nobelpreis für Physik erhalten. Da anfangs nichts über die Gefahren bekannt war, wurde einfach alles Mögliche geröntgt und es wurde sogar zum Partyspaß.

### Einführung zu Röntgen

Die beiden Bilder zeigen Wilhelm Conrad Röntgen sowie sein Labor an der Universität Würzburg.

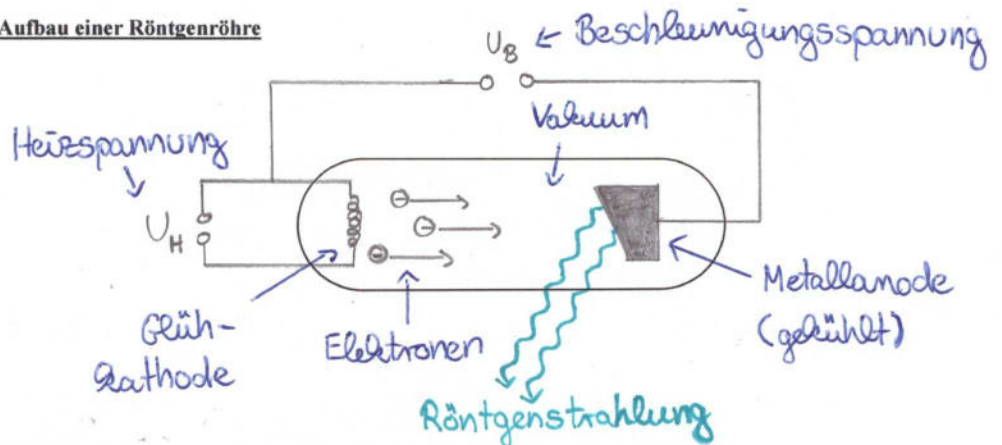


Das linke Bild zeigt eine verschraubte Fersenfraktur. Das rechte Bild zeigt die Röntgenaufnahme einer Hand aus dem Jahr 1896, damals natürlich ohne jegliche Strahlenschutzvorkehrungen.

Eine Röntgenröhre besteht aus einer evakuierten Glasröhre, einer Glühkathode (Elektronenkanone) und einer Metallanode. Zwischen Kathode und Anode liegt Hochspannung an.

Wir zeichnen gemeinsam den Aufbau einer Röntgenröhre.

### Aufbau einer Röntgenröhre



Beschreibe die Funktionsweise einer Röntgenröhre.

### Funktionsweise

Durch Heizen der Kathode treten Elektronen aus dem Draht aus. Diese werden durch die Beschleunigungsspannung  $U_B$  (Hochspannung) stark beschleunigt und drängen mit großer Energie in die Anode ein. Diese Energie wird in Wärme (99%) und Röntgenstrahlung (1%) umgewandelt.

**Beachte:** Die Energie der Röntgenphotonen liegt im keV-Bereich, also etwa um das 10 000 – fache größer als die Energie von Photonen des sichtbaren Spektrums.

Die genauen Prozesse, die zur Erzeugung von Röntgenstrahlung führen, werden im nächsten Kapitel besprochen.



Trägt man die Intensität der Röntgenstrahlung (Anzahl der Photonen) über der Energie der Röntgenphotonen auf, dann erhält man das nebenstehende Röntgenspektrum.

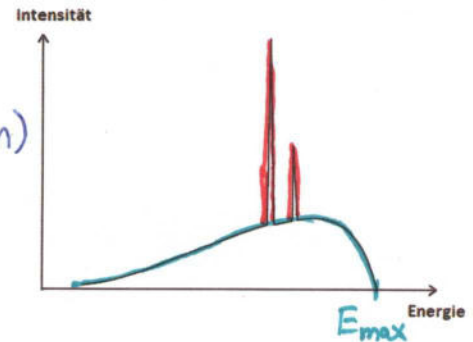
Beschreibe die beiden Teile, aus denen das Röntgenspektrum besteht.

Fülle die Lücken im Text aus und gib eine Formel für die maximale Energie  $E_{\max}$  an.

#### 4.4 Röntgenspektrum

##### Röntgenspektrum

**Bremsstrahlung:**  
kontinuierlich (alle Energien)  
**charakteristische Strahlung:**  
diskret (nur bestimmte Energien)



##### Bremsstrahlung

Die Elektronen stoßen beim Eindringen in die Anode mit Atomen zusammen. Dabei wird die beim Stoß abgegebene kinetische Energie in Röntgenstrahlung umgewandelt. Weil bei jedem Stoß unterschiedlich viel Energie umgewandelt wird, entsteht ein kontinuierliches Spektrum.

Gibt ein Elektron seine ganze Energie mit einem einzigen Stoß ab, dann entsteht ein Photon mit maximaler Energie  $E_{\max}$ .

Es gilt:

$$E_{\max} = e \cdot U_B$$

$$U_B = 80 \text{ kV} \Rightarrow E_{\max} = \underline{\underline{80 \text{ keV}}}$$

Gib  $E_{\max}$  an, wenn die Beschleunigungsspannung 80 kV beträgt.

4.4 Röntgenspektrum

1

Trägt man statt der Energie die Wellenlänge der Photonen auf, so erhält man ein spiegelverkehrtes Bild. Die maximale Energie  $E_{\max}$  entspricht einer kleinsten Wellenlänge, der Grenzwellenlänge  $\lambda_g$ .

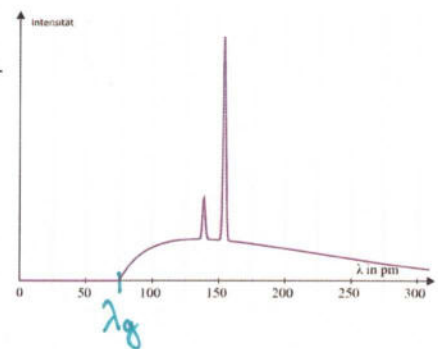
Markiere die Grenzwellenlänge  $\lambda_g$  im Diagramm und leite eine Formel für  $\lambda_g$  her.

##### Grenzwellenlänge

Eine Formel für die Grenzwellenlänge  $\lambda_g$  erhält man, indem man die Formel für  $E_{\max}$  mit der Photonenenergie gleichsetzt und nach  $\lambda$  auflöst:

$$\frac{hc}{\lambda_g} = e \cdot U_B \quad | \cdot \lambda_g : e U_B$$

$$\lambda_g = \frac{h \cdot c}{e \cdot U_B}$$



Berechne die Beschleunigungsspannung, mit der die Röntgenröhre betrieben wurde, bei der obiges Spektrum entstanden ist. Wie verändert sich die Grenzwellenlänge, wenn die Beschleunigungsspannung vergrößert wird?

##### Übungsaufgabe: Bremsstrahlung ••

$$\lambda_g = 75 \text{ pm} = 75 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

(pm = pikometer)

$$\frac{hc}{\lambda_g} = e \cdot U_B$$

$$\Rightarrow U_B = \frac{hc}{\lambda_g e} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{75 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}} = 16565 \text{ V} = \underline{\underline{16,6 \text{ kV}}}$$

Wenn  $U_B$  größer wird, dann wird  $\lambda_g$  kleiner.

4.4 Röntgenspektrum

2

Um die charakteristische Strahlung erklären zu können, brauchen wir das Energieniveaumodell von Atomen, das du in der 9. Klasse kennengelernt hast.

Animationen zu den verschiedenen Vorgängen findest Du auf Leifiphysik unter:  
Teilgebiet Atomphysik –  
Atomarer Energieaustausch.

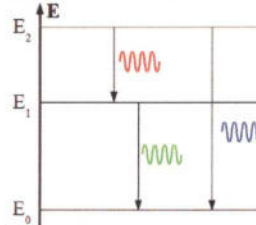
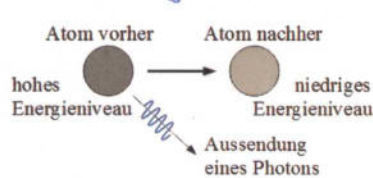
### Emissionsmechanismus und Energieniveauschema

Elektronen in der Hülle können verschiedene Energieniveaus einnehmen.

Es gibt dabei nur ganz bestimmte (diskrete) Energieniveaus,

Energien dazwischen können nicht angenommen werden.

Beim Übergang von einer höheren zu einer niedrigeren Stufe sendet das Atom genau die Energiedifferenz als Photon aus.



← jede Energiedifferenz zwischen zwei Niveaus hat einen spezifischen Wert

### Charakteristische Strahlung

Manche Elektronen können in den Anodenatomen

gerinnende Elektronen

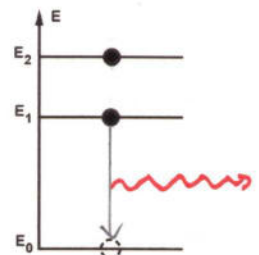
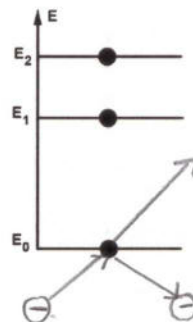
„herausschießen“. Beim Auffüllen dieser „Löcher“

Finden Übergänge auf niedrigere

Energieniveaus statt, bei denen Röntgen-

strahlung mit diskreten

Energien ausgesandt wird.



4.4 Röntgenspektrum

3

Die charakteristische Strahlung hängt ausschließlich vom Anodenmaterial und nicht von der Beschleunigungsspannung ab.

Am häufigsten findet der Übergang von E<sub>1</sub> nach E<sub>0</sub> statt (auch K<sub>α</sub>-Linie genannt, im Röntgenspektrum Linie mit der größten Intensität).

Da die Energieniveaus von Atomsorte zu Atomsorte unterschiedlich sind, hängt die charakteristische Strahlung nur vom Anodenmaterial ab.

### Übungsaufgabe: Moseley-Gesetz ●●

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \frac{E}{hc} = \frac{1}{\lambda}$$

Moseley:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E}{hc} \approx \frac{3}{4} \cdot R_{\infty} \cdot (Z-1)^2 \quad | \cdot \frac{4}{3} : R_{\infty}$$

$$\frac{4E}{3hcR_{\infty}} \approx (Z-1)^2$$

$$Z-1 \approx \sqrt{\frac{4E}{3hcR_{\infty}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 8,04 \cdot 10^{-3} \cdot 16 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{3 \cdot 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,1 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}}}$$

$$Z-1 \approx 28,0$$

$$\Rightarrow Z = 29 \Rightarrow \underline{\text{Kupfer}}$$

Nach dem Moseley-Gesetz hängt die Wellenlänge größter Intensität der charakteristischen Strahlung von der Ordnungszahl Z der Atome des Anodenmaterials ab. Es gilt:

$$\frac{1}{\lambda} \approx \frac{3}{4} \cdot R_{\infty} \cdot (Z-1)^2$$

$$\text{mit } R_{\infty} = 1,1 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}$$

(=Rydbergkonstante)

Bestimme das Anodenmaterial der Röntgenröhre, wenn entsprechende Photonen die Energie 8,04 keV besitzen.

4.4 Röntgenspektrum

4



In der Regel wird heute digitales Röntgen verwendet. Dabei ist die Fotoplatte durch Sensoren ersetzt, die die auftreffende Röntgenstrahlung erfassen. Da die Sensoren empfindlicher sind als Fotoplatten, lässt sich dadurch die Strahlenbelastung deutlich reduzieren.

Albert Einstein bekam 1921 den Nobelpreis für Physik, aber nicht wie oft angenommen für die Relativitätstheorie, sondern für die Entdeckung des Photoeffekts.

Folgere daraus, wie sich Röntgenstrahlung am besten abschirmen lässt.

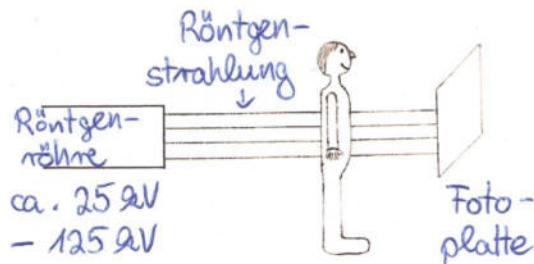
Der menschliche Körper besteht fast vollständig aus 5 Elementen. Trage diese in die Tabelle ein. Zwischen 0,01 % und 0,1 % kommen auch noch Chlor, Phosphor, Kalium, Schwefel, Natrium und Magnesium vor. Darüber hinaus gibt es noch zahlreiche Spurenelemente, die weniger als 0,01 % aller Atome ausmachen, zum Teil aber trotzdem überlebenswichtig sind.

Eine Röntgenaufnahme ist ein zweidimensionale Projektion einer dreidimensionalen Struktur. Welche Probleme treten dadurch auf?

## 4.5 Röntgentechnik in der Medizin

### Prinzip einer Röntgenaufnahme

Röntgenstrahlen schwärzen Fotoplatten. Bei einer Untersuchung durchdringen sie menschliches Gewebe, bevor sie auf die Fotoplatte treffen. Je nach Art des Gewebes wird unterschiedlich viel Strahlung absorbiert. Somit entsteht ein Bild mit unterschiedlich dunklen Bereichen.



### Abschirmung von Röntgenstrahlung

Der entscheidende Prozess bei der Abschirmung von Röntgenstrahlung ist der sogenannte

Photoeffekt

Dabei trifft ein Röntgenphoton auf ein Elektron

eines Atoms und schießt dieses heraus. Dabei gibt das Röntgenphoton

Energie ab.

Je mehr Elektronen sich also auf kleinem befinden, desto stärker wird Röntgenstrahlung abgeschirmt. Es gilt:

$$\text{Abschirmung} \sim Z^3$$

Z: Kernladungszahl (und damit auch Elektronenzahl)

Röntgenstrahlung lässt sich am besten mit Blei (Pb) abschirmen, da es das Element mit der größten Kernladungszahl ( $Z=82$ ) ist, das nicht radioaktiv ist.

### Zusammensetzung des menschlichen Körpers

%*	Element	Z	$Z^3$	Vorkommen
63	H	1	1	überall
25	O	8	512	überall
10	C	6	216	überall
1,4	N	7	343	Proteine, DNA
0,3	Ca	20	8000	Knochen, Zähne, manche Organe
-	Zr	40	64000	Implantate
-	Pb	82	551368	Strahlenschutzkleidung

\*prozentualer Anteil an der Gesamtzahl aller Atome im menschlichen Körper

Damit lässt sich erklären, welche Bereiche auf Röntgenbildern hell bzw. dunkel erscheinen:

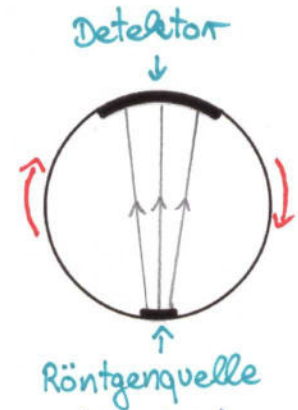
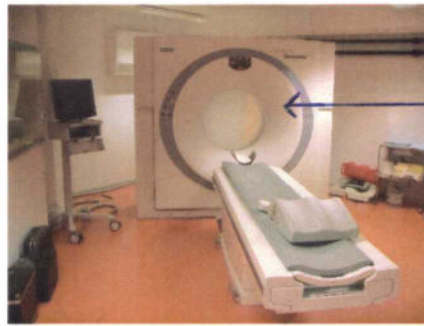
- helle Bereiche: Knochen, Zähne, Implantate
- mittlere Bereiche: manche Organe
- dunkle Bereiche: weiches Gewebe (Fett, Muskeln, ...)

### Grenzen einer Röntgenaufnahme

- Die Position im Raum (vorne/hinten) ist nicht erkennbar
- Liegt etwas vor oder hinter einem Knochen, ist es nicht sichtbar

Der britische Elektrotechniker Hounsfield und der amerikanische Physiker Cormack entwickelten den Computertomographen. Die ersten Aufnahmen am Menschen wurden 1971 gemacht. Ein Jahr später ging der erste Computertomograph in einer Klinik in London in Betrieb. Hounsfield und Cormack erhielten 1979 den Nobelpreis für Medizin.

#### Funktionsweise der Computertomographie (CT)



In der Röhre rotieren Röntgenquelle und Detektor um den Patienten und erzeugen viele Aufnahmen aus verschiedenen Richtungen. Am Computer werden diese Aufnahmen mittels Rückprojektion zu einem 3D-Bild zusammengesetzt.

Seit Ende 2021 gibt es die neueste Generation von Computertomographen. Der Detektor registriert nun auch die Energie der auftreffenden Photonen, was bisher nicht möglich war. Dadurch lässt sich bei gleicher Bildqualität die Strahlenbelastung deutlich senken oder bei gleichbleibender Strahlenbelastung die Bildqualität deutlich verbessern.

#### Vor- und Nachteil:

- erzeugt sehr gute 3D-Bilder
- hohe Strahlenbelastung durch viele Aufnahmen

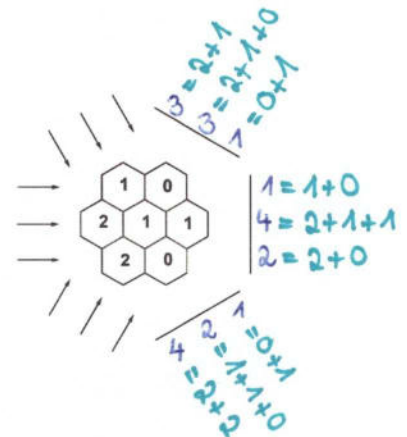
4.5 Röntgentechnik in der Medizin

3

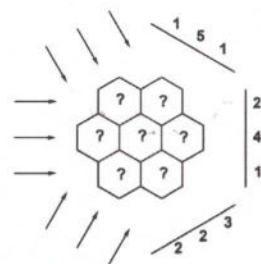
Das Prinzip von Projektion und Rückprojektion soll das Prinzip der Bildentstehung veranschaulichen. Da dies aber eine viel zu große Rechenleistung erfordert, werden dafür effektivere Methoden verwendet. Diese können aber aufgrund ihrer Komplexität hier nicht behandelt werden. (Die Mathematik hierfür wurde erst im 20. Jahrhundert entwickelt.)

#### Projektion

Beispiel: Ein Objekt besteht aus sieben Teilen, wobei diese Röntgenstrahlung entweder stark absorbieren (2), mittel absorbieren (1) oder wenig absorbieren (0). Dieses Objekt wird von drei Seiten durchstrahlt. Der Detektor misst dabei jeweils die gesamte Absorption entlang einer Durchstrahlrichtung.



#### Rückprojektion



Bei der Computertomographie muss aus den Projektionsdaten errechnet werden, wie der Ursprungsgegenstand aussieht.

Einige schlecht oder nicht sichtbare Strukturen können durch die Verwendung von Kontrastmitteln sichtbar gemacht werden.

Blutgefäße können durch Spritzen iodhaltiger Kontrastmittel sichtbar gemacht werden. (siehe Abbildung)

Der Magen-Darm-Trakt wird durch Trinken eines Kontrastmittels mit Bariumsulfat ( $\text{BaSO}_4$ ) sichtbar gemacht.

#### Kontrastmittel

##### Eigenschaften:

- hohe Kernladungszahl ( $\text{I}$ :  $Z = 53$ ;  $\text{Ba}$ :  $Z = 56$ )
- reichert sich am gewünschten Ort an
- wird vom Körper unverändert wieder ausgeschieden
- ungiftig



4.5 Röntgentechnik in der Medizin

4



Um die biologische Strahlenwirkung quantifizieren zu können, brauchen wir zunächst physikalische Größen, die damit im Zusammenhang stehen.

Die biologische Wirkung lässt sich aber nicht allein durch die Energiedosis bestimmen, da die verschiedenen Strahlungsarten unterschiedlichen Schäden hervorrufen.

Beschreibe, wie sich die unterschiedlichen Strahlungsarten auf menschliche Zellen auswirken.

Der Qualitätsfaktor wurde für die verschiedenen Strahlungsarten so gut es geht experimentell bestimmt.

Hier sind die Stufen der Strahlenkrankheit angegeben.

In der Liste sind typische Strahlendosen medizinischer Untersuchungen aufgeführt.

2006 war das Poloniumisotop  $Po-210$  ( $T_{1/2} = 138$  d) Gegenstand eines spektakulären Mordfalls. Etwa ein Millionstel Gramm des  $\alpha$ -Strahlers wurde dem russischen Ex-Agenten Alexander Litvinenko ( $m = 75$  kg) ins Essen gemischt. Selbst bei dieser „geringen“ Menge finden  $2,2 \cdot 10^7$  Zerfälle pro Sekunde mit  $E_\alpha = 5,3$  MeV statt. Dies führte innerhalb von drei Wochen zum Tod.

Berechne die Ganzkörper-äquivalentdosis für drei Wochen.

## 4.6 Biologische Strahlenwirkung

### Energiedosis

Die Energie, die 1 kg Materie durch Strahlung aufnimmt, ist ein Maß für die **Energiedosis D**:

$$D = \frac{\Delta E_{\text{abs}}}{m} = \frac{\text{absorbierte Energie}}{\text{Masse des Körpers}} ; [D] = 1 \frac{J}{kg} = 1 \text{ Gy} = 1 \text{ Gray}$$

### Äquivalentdosis

- $\alpha$ -Strahlung gibt seine ganze Energie an eine Zelle ab,  $\Rightarrow$  enormer Schaden  $\Rightarrow$  schwer zu reparieren
- $\beta$ -,  $\gamma$ - und Röntgenstrahlung geben nur wenig Energie an eine einzelne Zelle ab  $\Rightarrow$  geringer Schaden  $\Rightarrow$  leichter zu reparieren

Dies berücksichtigt die **Äquivalentdosis H**:

$$H = q \cdot D ; [H] = 1 \frac{J}{kg} = 1 \text{ Sv} = 1 \text{ Sievert}$$

Mit dem Qualitätsfaktor q:

- $q = 1$  für Röntgen-, Gamma- und Betastrahlung
- $q = 5$  für Protonenstrahlung
- $q = 5 - 20$  für Neutronenstrahlung (abhängig von der Energie)
- $q = 20$  für Alphastrahlung

4.6 Biologische Strahlenwirkung

1

### Biologische Wirkung (bei kurzzeitig hoher Strahlenbelastung)

- 100 mSv: erhöhtes Krebsrisiko
- 500 mSv: weiter erhöhtes Krebsrisiko, Unwohlsein, beginnende Strahlenkrankheit
- 1000 mSv: akute Strahlenkrankheit (Erbrechen, Sterilität)
- 4000 mSv: schwere Strahlenkrankheit (Durchfall, Haarausfall, Blutungen, 50 % Todesrate in einer Woche)
- 7000 mSv: Todesrate nahezu 100 %

(Die durchschnittliche Gesamtbelastung in Deutschland beträgt pro Jahr etwa 4 mSv.)

### Strahlendosen medizinischer Untersuchungen

Röntgen	H in mSv	CT	H in mSv	Szintigraphie	H in mSv
Knochen (Extremitäten)	0,01 - 0,1	Kopf	2 - 4	Schilddrüse	1
Zahn (Panorama)	0,03	Brustkorb	6 - 10	Skelett	3,6
Brustkorb	0,05 - 0,1	Bauch	8 - 20		
Bauch	0,3	Koronarangiographie	10 - 15	PET	
Becken	0,5			PET mit F-18	5 - 10

(Je nach Quelle variieren die Angaben teils erheblich!)

### Übungsaufgabe: Poloniumvergiftung ••

Anzahl Zerfälle in 3 Wochen:

$$2,2 \cdot 10^7 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 21 = 4,0 \cdot 10^{13}$$

$$\Rightarrow \Delta E = 4,0 \cdot 10^{13} \cdot 5,3 \cdot 10^6 \text{ eV} = 2,12 \cdot 10^{20} \text{ eV} = 33,9 \text{ J}$$

$$H = q \cdot D = q \cdot \frac{\Delta E}{m} = 20 \cdot \frac{33,9 \text{ J}}{75 \text{ kg}} = 9,0 \text{ Sv}$$

$\alpha$ -Strahlung      tödliche Dosis

4.6 Biologische Strahlenwirkung

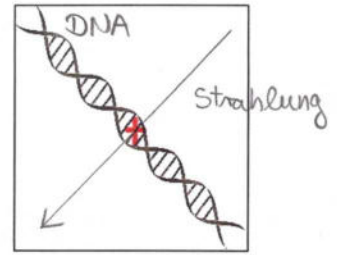
2

Es gibt zwei verschiedene Arten, wie die DNA durch ionisierende Strahlung geschädigt werden kann; einen direkten und einen indirekten Schaden.

### Ionisierende Strahlung und biologische Strukturen

#### • Direkter Schaden:

Ein Biomolekül (z.B. DNA) wird durch Strahlung direkt geschädigt



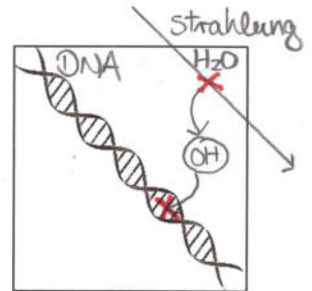
Der menschliche Körper besteht zum Großteil aus Wasser. Daher treten indirekte Schäden am häufigsten an Wassermolekülen auf.

#### • Indirekter Schaden:

Nachbarmolekül (meist  $H_2O$ ) wird geschädigt, das dann weiterreagiert, z.B.:



$H-\bar{O}\cdot$  Hydroxylradikal: besitzt ein ungepaartes Elektron (Okettregel verletzt)  $\Rightarrow$  hoch reaktiv



Eine Zelle besitzt verschiedene sehr leistungsfähige Reparaturmechanismen, die dafür sorgen, dass aufgetretene Schäden behoben werden. Nur in ganz wenigen Fällen kommt es zu Mutationen oder zur Entwicklung von Krebs.

### Biologische Vorgänge

