

Ein geladener Körper übt auf andere geladene Körper Kräfte aus, diese können anziehend oder abstoßend sein. Die Größe der Kraft hängt dabei von der Größe der Ladungen und ihrem Abstand ab. Man kann sagen, die Anwesenheit einer Ladung verändert den Raum.

Zeichnet man die Kraftpfeile auf kleine positive Probeladungen in der Umgebung einer Ladung, so entsteht eine erkennbare Struktur des Feldes. Um den Aufwand für die Zeichnung zu verringern, verbindet man aufeinander folgende Kraftpfeile zu durchgängigen Feldlinien. Eine schöne Simulation findest Du auf phet.colorado.edu/de/simulations unter "Ladungen und Felder".

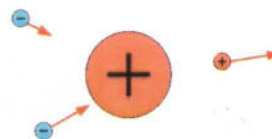
Worin unterscheidet sich das Bild für eine negative Ladung?

3. Elektrische und magnetische Felder

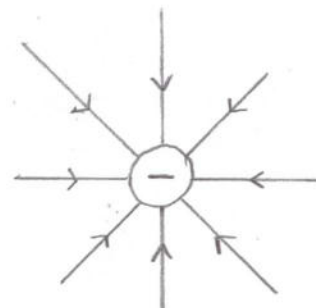
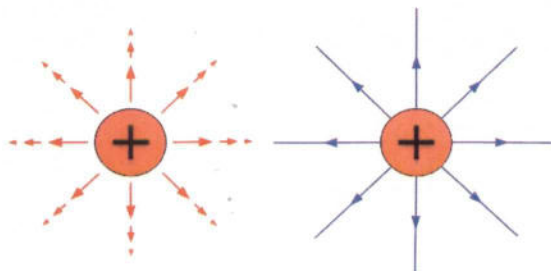
3.1 Beschreibung elektrischer Felder

Begriff: Elektrisches Feld

Der Zustand des Raumes um einen geladenen Körper herum, der sich darin äußert, dass auf andere Körper Kräfte ausgeübt werden, nennt man **elektrisches Feld**.



Feldlinien: (hier radiales Feld)



Feldlinien gehen auf negative Ladung zu

Festlegung:

Feldlinien zeigen die Richtung der Kraft an, die auf eine positive Probeladung wirkt.

3.1 Beschreibung elektrischer Felder

1

Aus den Eigenschaften von Ladungen ergeben sich Regeln für unsere modellhafte Beschreibung durch Feldlinien.

Beschreibe den Zusammenhang zwischen dem Feldlinienbild auf der ersten Folie und den Regeln 1 und 2.

Welche Auswirkung hätte es, wenn Regel 3 nicht gelten würde? (Zeichne ein Bild)

Ein besonders einfaches Feld lernst Du hier kennen. Experimentell dargestellt wird es durch den Plattenkondensator.

Zeichne das Feldlinienbild.

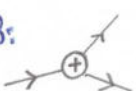
Regeln für Feldlinien

1. Feldlinien beginnen bei positiven und enden bei negativen Ladungen.
2. Je dichter die Feldlinien, desto stärker ist dort das Feld.
3. Feldlinien können sich nicht verzweigen.
4. Feldlinien treffen immer senkrecht auf leitende Oberflächen.

Anmerkungen:

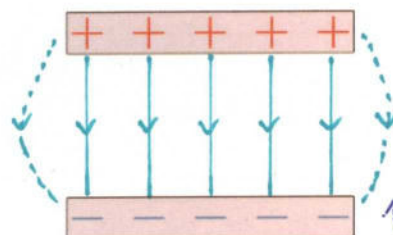
zu 1: Eine pos. Probeladung wird von einer pos. Ladung abgestoßen, die Feldlinie läuft also weg von der pos. Ladung

zu 2: Der Abstand der Feldlinien nimmt mit der Entfernung von der Ladung ab, das Feld ist dort schwächer

zu 3:  Die Kraftrichtung auf eine Probeladung wäre im Verzweigungspunkt nicht bestimmt

Homogenes Feld

Als **homogen** wird ein Feld bezeichnet, das an jeder Stelle gleich stark ist. Das funktioniert nur, wenn seine Feldlinien parallel verlaufen.



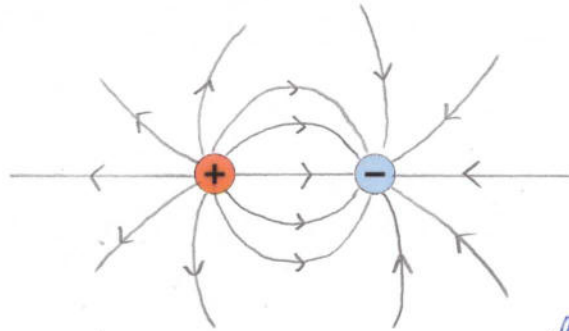
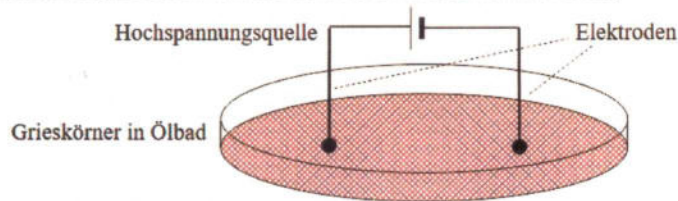
Randfeld inhomogen

3.1 Beschreibung elektrischer Felder

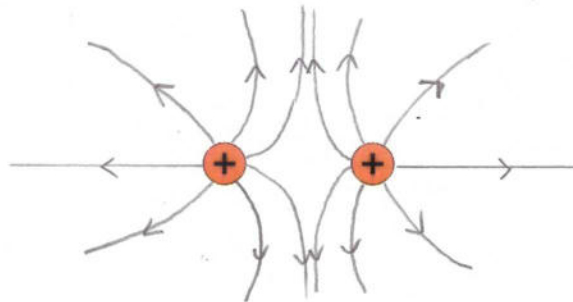
Eine beliebte Darstellung von Feldlinien im Experiment gelingt mit Grieskörnern, die in einem Ölbad schwimmen. Das elektrische Feld erzeugt man durch geladene Elektroden, die in das Ölbad eintauchen. Die Grieskörner richten sich dabei entlang der Feldlinien aus und bilden lange Ketten. (siehe auf Leifiphysik unter Teilgebiet Elektrizitätslehre - Ladungen und Felder Mittelstufe - Versuche - Darstellung von elektrischen Feldlinien sowie - Ladungen und Felder Mittelstufe - Feldlinien)

Zeichne die Feldlinienbilder für die zwei (klassischen) Beispiele von ungleichnamigen und gleichnamigen Punktladungen (die zweite Variante ist mit den Grieskörnern schwer darstellbar, gelingt aber mit der App. aus der 1. Folie).

Darstellung von Feldlinien mit Hilfe von Grieskörnern im Ölbad



elektrischer Dipol

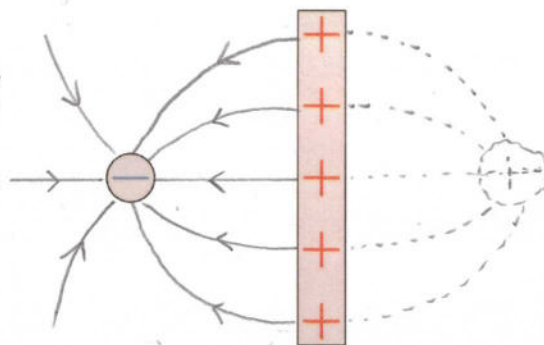


3.1 Beschreibung elektrischer Felder

3

Das erste Beispiel ist eine Kombination aus dem letzten Beispiel mit den Punktladungen und dem Plattenkondensator. Beginne mit den Feldlinien an der Platte und denke dabei an die 4. Regel für Feldlinien, führe sie dann zur Kugel (auch 4. Regel) entsprechend den Bildchen auf Folie 3. Kommt Dir die Feldform bekannt vor?

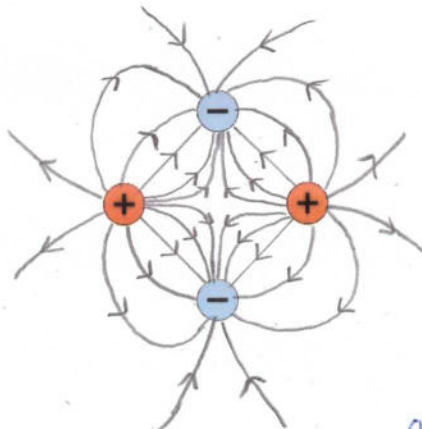
Übungsaufgaben: Weitere Feldformen •



das Feldlinienbild entspricht der Hälfte des Bildes von oben (Prinzip der Spiegelladung)

Spiegelladung

Das zweite Beispiel zeigt vier quadratisch angeordnete Punktladungen. Zeichne auch hier das Feldlinienbild.



elektrischer Quadrupol

3.1 Beschreibung elektrischer Felder

4

Im letzten Kapitel haben wir gelernt, elektrische Felder durch Bilder darzustellen. Um zu quantifizieren, wie stark ein Feld ist, führen wir die physikalische Größe Feldstärke ein. Wir nutzen hierzu eine Überlegung (Gedankenexperiment).

Folgere die Kraft auf die zwei Ladungen zusammen im zweiten Beispiel und verallgemeinere deine Folgerung. Welche typische mathematische Eigenschaft ergibt sich daraus für die Größen q und F ?

Wir nutzen diese Folgerung für eine Definition unserer Zielgröße Feldstärke.

Vorsicht: Der Großbuchstabe E bietet Verwechslungsgefahr mit der Größe "Energie".

In der Definition sind zwei verschiedene Einheiten für die Feldstärke angegeben, man kann sie ineinander umrechnen.

Ein typischer Wert für die Feldstärke in unserem Plattenkondensator ist 2000 V/cm. Auf kleine Kugeln können wir etwa 25 nC aufbringen. Berechne daraus die Kraft auf eine Kugel im Kondensator.

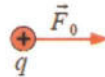
Mit dieser Formel lässt sich ganz leicht die Feldstärke in einem Plattenkondensator ermitteln. Eine Herleitung dazu findest du im PhloTT-Skript 12 der klassischen Physik.

Auch diese Formel kann hier nur angegeben werden.

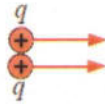
Woher der Faktor $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ stammt, lässt sich mit Hilfe einer fiktiven Kugeloberfläche erklären. Dieses Konzept wird dir in der Astrophysik wieder begegnen.

3.2 Elektrische Feldstärke

Gedankenversuch zur Kraft auf Probeladungen



In die Nähe einer großen Ladung, die um sich herum ein Feld erzeugt, bringen wir zum Testen des Feldes eine kleine Probeladung q und messen an ihr eine elektrostatische Kraft F_0 .



Nun bringen wir eine zweite, identische Probeladung q in den gleichen Abstand zur feldgebenden Ladung und binden die beiden zusammen (sie würden sich sonst abstoßen). Die gesamte Kraft auf das Bündel beträgt dann $2 \cdot F_0$.

Verallgemeinerung

$$F \sim q \Rightarrow \frac{F}{q} = \text{konstant}$$

Definition:

Wir verwenden den konstanten Quotienten aus der Ladung q und der Kraft F , die auf diese Ladung q wirkt, als Maß für die elektrische Feldstärke E . Diese hat dieselbe Richtung, in die F wirkt.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} ; [\vec{E}] = 1 \frac{N}{C} = 1 \frac{V}{m}$$

Bemerkung: Diese Definition funktioniert im inhomogenen Feld ebenso wie im homogenen Feld.

Einheitenumrechnung in obiger Definition

$$1 \frac{N}{C} = 1 \frac{\frac{J}{m}}{As} = 1 \frac{Ws}{As} = 1 \frac{VAs}{As} = 1 \frac{V}{m}$$

← Formelsammlung!

3.2 Elektrische Feldstärke

1

Übungsaufgabe: Berechnung der elektrostatischen Kraft •

$$E = \frac{F}{q} \Rightarrow F = E \cdot q$$

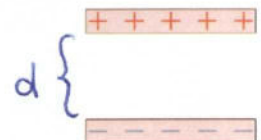
$$1C = 1As$$

$$F = 2000 \frac{V}{cm} \cdot 25 nC = 200000 \frac{V}{m} \cdot 25 \cdot 10^{-9} As = 5,0 \cdot 10^{-3} \frac{VAs}{m} = \underline{\underline{5,0 \cdot 10^{-3} N}}$$

Feldstärke im homogenen Feld des Plattenkondensators

$$E = \frac{U}{d}$$

Spannung U
Plattenabstand d

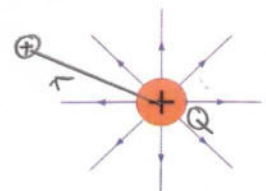


Feldstärke im radialen Feld

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

mit der elektrischen Feldkonstante

$$\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$



"Feldliniendichte verteilt sich gleichmäßig auf fiktive Kugeloberfläche um die Ladung Q ($A = 4\pi r^2$) mit dem Radius r ."



3.2 Elektrische Feldstärke

2

Betrachtet wird ein Elektron in einem waagrecht angeordneten Plattenkondensator mit einem Plattenabstand von 10 cm. Die obere Platte ist positiv geladen.

a) Berechne die elektrische Kraft, die auf das Elektron wirkt, wenn eine Spannung von 15 kV angelegt wird.

b) Berechne die Spannung, die angelegt werden müsste, damit sich die elektrische Kraft und die Gewichtskraft gegenseitig aufheben würden.

Übungsaufgabe: Plattenkondensator ••

$$a) F_e = q \cdot E = q \cdot \frac{U}{d} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot \frac{15000 \text{ V}}{0,1 \text{ m}} = \underline{\underline{2,4 \cdot 10^{-14} \text{ N}}}$$

$$b) F_g = F_e \\ m \cdot g = q \cdot \frac{U}{d} \quad | \cdot d : q$$

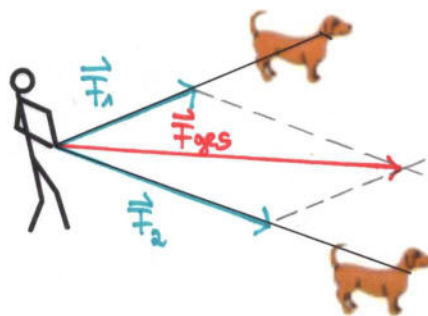
$$U = \frac{mgd}{q} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,1 \text{ m}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}} = \underline{\underline{5,6 \cdot 10^{-12} \text{ V}}}$$

Das Superpositionsprinzip

Die Überlagerung gleichartiger physikalischer Größen, die sich dabei nicht stören , heißt **Superposition**.

Das Superpositionsprinzip ist ein allgemeines Prinzip in der Physik, das Du schon mehrfach kennengelernt hast. Bei der Interferenz überlagern sich z.B. zwei Wellen, Wellenberge addieren sich, Berge und Täler löschen sich aus. Auch die Addition von Kräften war ein Beispiel für Superposition.

Der obere Hund zieht mit 20 N, der untere mit 30 N, konstruiere die Gesamtkraft.



$$10 \text{ N} \hat{=} 1 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow F_{\text{ges}} = \underline{\underline{46 \text{ N}}}$$

Die geometrische Addition von Pfeilen (Vektoren) können wir auch bei Feldstärken nutzen.

Die Ladungen Q_1 und Q_2 erzeugen jeweils Felder, die sich überlagern. Die Feldstärken an den gezeichneten Punkten betragen:

$$E_{P1} = 30 \text{ V/m}, E_{P2} = 6 \text{ V/m},$$

$$E_{S1} = 8 \text{ V/m}, E_{S2} = 13 \text{ V/m},$$

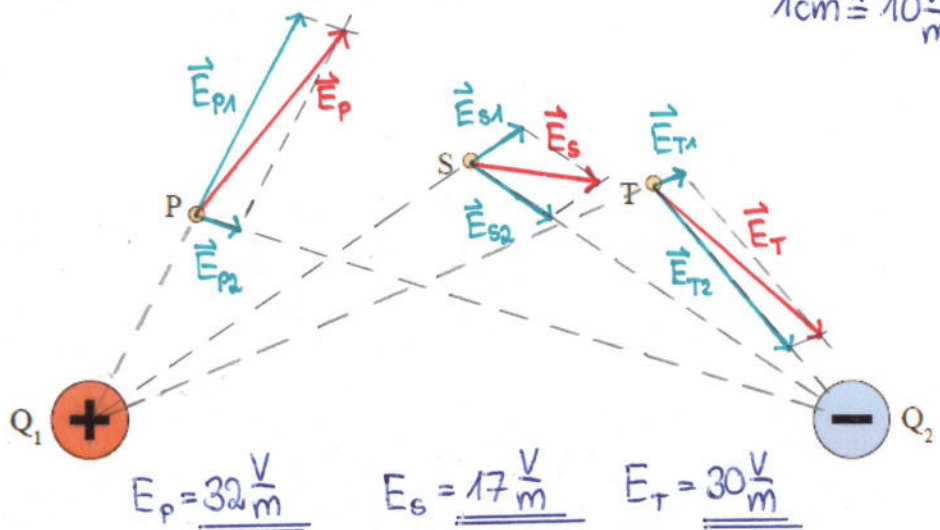
$$E_{T1} = 4 \text{ V/m}, E_{T2} = 28 \text{ V/m}.$$

a) Konstruiere jeweils die Gesamtfeldstärke an Punkte P, S und T.

b) Der Punkt P ist genau 3,0 cm von der Ladung Q_1 entfernt. Berechne damit die Ladung Q_1 .

Superposition von Feldstärken bei zwei Punktladungen

$$1 \text{ cm} \hat{=} 10 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$



$$b) E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \\ Q = E \cdot 4\pi\epsilon_0 \cdot r^2 = 30 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot (0,03 \text{ m})^2 \\ = \underline{\underline{3,0 \cdot 10^{-12} \text{ As}}} = \underline{\underline{3,0 \text{ pC}}} \\ \uparrow \\ \text{piko}$$

In den letzten Kapiteln haben wir das homogene Feld des Plattenkondensators kennengelernt. Kondensatoren sind als Ladungsspeicher wichtige Bauteile in Elektrik und Elektronik. Mit einer Stromquelle können wir einen Kondensator aufladen, durch einen Verbraucher wieder entladen.

Im klassischen Physikkurs wurde der Kondensator mit verschiedenen Spannungen aufgeladen und beim Entladen die Ladungsmenge gemessen. Das Ergebnis ist in einem Q-U-Diagramm angegeben.

Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Größen?

Fast immer, wenn wir in der Physik auf einen solchen Zusammenhang stoßen, bekommt der auftretende Quotient eine physikalische Bedeutung. Hier dient er als Maß für die Speicherkapazität eines Kondensators.

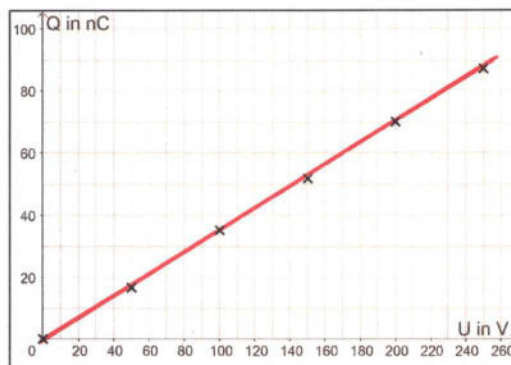
Die Kapazität eines Kondensators hängt von seiner geometrischen Form ab. Für einen Plattenkondensator gibt es einen einfachen Zusammenhang. (Die Formel gilt für Vakuum oder Luft zwischen den Platten.)

In der Technik nutzen wir Kondensatoren auch, um Energie zu speichern und bei Bedarf wieder abzugeben. Hier ähneln sie den wohlbekannten Akkus, weichen aber in einigen Eigenschaften von diesen ab. Generell kann man sagen, dass sich Kondensatoren eher für kleinere Energiemengen eignen, diese aber im Vergleich zu Akkus sehr schnell aufnehmen und abgeben können. Um eine Formel für die gespeicherte Energie zu finden, modellieren wir den Ladevorgang dadurch, dass wir in Gedanken einzelne Ladungen von einer Kondensatorplatte zur anderen transportieren.

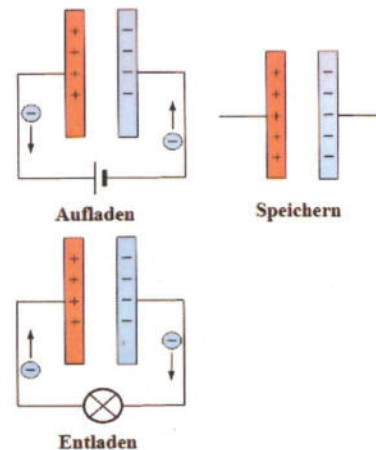
Während Akkus während des gesamten Lade- bzw. Entladevorganges eine fast gleichbleibende Spannung aufweisen, verändert sich die Spannung bei Kondensatoren während des Ladens und Entladens ganz erheblich (hier rot dargestellt, Achtung: die Kurve zeigt die Entwicklung nicht zeit-, sondern ladungsabhängig). Das Problem bei der Berechnung der Gesamtarbeit (= Gesamtenergie) liegt hier darin, dass sich beim Laden die Spannung permanent ändert.

3.3 Kapazität und Potential

Kondensator und Kapazität



Ursprungsgerade
 $Q \sim U$



Damit ist der Quotient $\frac{Q}{U}$ konstant, wir nennen ihn Kapazität C .
 $C = \frac{Q}{U}$; $[C] = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ V}} = 1 \text{ F}$ (Farad, nach dem Physiker Faraday)

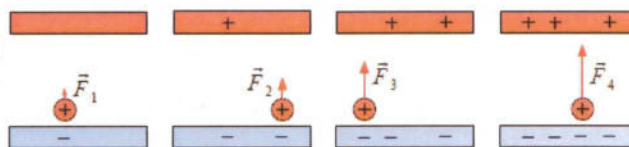
Kapazität eines Plattenkondensators

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

A: Plattenfläche
d: Plattenabstand
 ϵ_0 : el. Feldkonstante

Energie im Kondensator

Wir laden einen Kondensator (als Gedankenexperiment) auf, indem wir eine Ladung q nach der anderen von einer Platte entnehmen und zur anderen Platte transportieren.



Bei jeder weiteren Ladung benötigen wir mehr Kraft, da wir sie gegen das Feld des bereits teilgeladenen Kondensators bewegen müssen.

Arbeit bei der Bewegung der Ladung gegen das Feld:

In der Mechanik gilt für die verrichtete Arbeit generell $W = F \cdot s$
das bedeutet, die Arbeit wird mit jeder weiteren Ladung größer.

In der Mittelstufe haben wir für die elektrische Arbeit eine Formel kennengelernt:

$$W = U \cdot I \cdot t \quad \text{mit } I \cdot t = q \quad \text{folgt} \quad W = U \cdot q$$

Spannung eines Kondensators in Abhängigkeit von der Ladungsmenge

Beim Aufladen eines Kondensators wächst seine Spannung proportional zu seiner Ladungsmenge (siehe Q-U-Diagramm oben).

Berechnung der Gesamtenergie für das Laden eines Kondensators

Da sich beim betrachteten Vorgang die Spannung des Kondensators (rote Kurve) mit jeder zusätzlichen Ladung vergrößert, müssen wir auch die aufgewendete Arbeit für jede Ladung neu berechnen. Das Produkt $W = U \cdot q$ entspricht dabei der Fläche eines Rechtecks (s.u. W_G schraffiert) unter der Spannungskurve.

Die zweite Formel ergibt sich mit $Q = C \cdot U$.

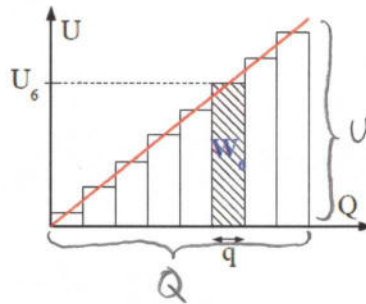
Defibrillatoren können bei Herzstillstand oder Kammerflimmern durch einen Elektroschock das Herz wieder zum richtigen Rhythmus anregen.

Berechne die Kapazität eines Kondensators, der bei 4,0 kV gerade die maximal zulässige Energiemenge von 360 J bereitstellt.

Wenn wir Probeladungen gegen die Kraft in einem elektrischen Feld bewegen, verrichten wir Arbeit. Um hierfür ein Rechenmodell zu entwickeln, vergleichen wir das mit der Hubarbeit im Gravitationsfeld, die wir gut aus der Mittelstufe kennen. Stelle die auftretenden Größen gegenüber, z.B. "Masse" entspricht ...

Masse entspricht Ladung
Erdbeschleunigung $\hat{=}$ Feldstärke

Die gesamte Arbeit ist dann die Summe aller Rechtecksflächen, näherungsweise entspricht das der Fläche des Dreiecks unter der Kurve.



Energie im Kondensator:

$$E_{el} = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U$$

oder

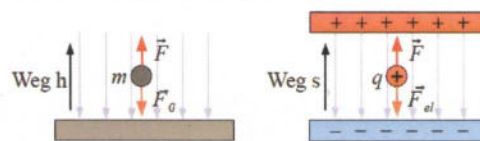
$$E_{el} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

Übungsaufgabe: Defibrillator •

$$E_{el} = \frac{1}{2} C U^2$$

$$\Rightarrow C = \frac{2 E_{el}}{U^2} = \frac{2 \cdot 360 \text{ J}}{(4000 \text{ V})^2} = 45 \mu\text{F}$$

Hubarbeit versus Arbeit im elektrischen Feld



Hubarbeit berechnen wir mit der Formel $W = F_G \cdot h = m \cdot g \cdot h$, wobei F_G die konstante Kraft ist, mit der wir ziehen und h der Weg, den wir bewältigen müssen.

Elektrische Arbeit berechnen wir mit $W = F_{el} \cdot s = q \cdot E \cdot s$, wobei F_{el} die konstante Kraft ist, mit der wir ziehen und s der Weg, den wir bewältigen müssen.

Die Begriffe Arbeit und Energie sind eng miteinander gekoppelt, das zeigt schon ihre gemeinsame Einheit J. Wenn wir einen Nullpunkt für die Energie festlegen, nutzen wir die Formeln synonym.

Die Begriffe Arbeit und Energie sind eng miteinander gekoppelt, das zeigt schon ihre gemeinsame Einheit J. Wenn wir einen Nullpunkt für die Energie festlegen, nutzen wir die Formeln synonym.

Die Abbildung zeigt drei Positionen a) - c) in einem homogenen Feld. Ordne die Potentiale φ_a - φ_c der Größe nach (beim größten Potential beginnend). Markiere mit grünen Linien alle Positionen, an denen das Potential jeweils den gleichen Wert hat, diese heißen Äquipotentiallinien.

Wir vergleichen nun den neuen Begriff mit einem altbekannten. Berechne hierzu zunächst die Einheit des Potentials.

Im nächsten Schritt verwenden wir zur Berechnung der Arbeit alternativ eine Formel aus der Mittelstufe und vergleichen.

Arbeit und Energie

In der Mittelstufe haben wir gelernt: Arbeit = Energieänderung, also:

$$W = \Delta E_{pot} = E_{pot,1} - E_{pot,0}$$

Einfacher wird es, wenn man einen Nullpunkt für die Energie festlegt, im elektrischen Feld wählt man in der Regel dafür die negative Platte. Dann ist die potentielle Energie in der "Höhe" s gleich:

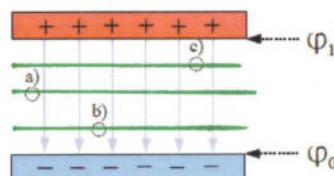
$$W = E_{pot} = q \cdot E \cdot s \quad (\text{für } E_{pot,0} = 0)$$

Potential

Den Term $E \cdot s = \varphi$ nennen wir "Potential φ ". Damit lässt sich die potentielle Energie schreiben als: $E_{pot} = q \cdot \varphi$

Das Potential hängt im Gegensatz zur potentiellen Energie nicht von der Probeladung q , sondern nur vom Feld ab.

Potential im homogenen Feld



$$\varphi_c > \varphi_a > \varphi_b$$

Merke:

Äquipotentiallinien und Feldlinien schneiden sich immer

senkrecht

Spannung und Potential

$$[V] = [E] \cdot [s] = 1 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ V}$$

Alternative Berechnung für elektrische Arbeit

$$W = U \cdot I \cdot t = U \cdot q \quad \text{da} \quad q = I \cdot t \rightarrow U = \frac{W}{q}$$

$$\text{mit (1)} \rightarrow U = \frac{E_{pot,1} - E_{pot,0}}{q} = \frac{E_{pot,1}}{q} - \frac{E_{pot,0}}{q} = \varphi_1 - \varphi_0$$

Spannung =

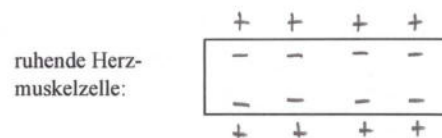
Potentialdifferenz

Um die Funktionsweise des EKG beschreiben zu können, benötigen wir zunächst zelluläre Grundlagen. Diese und die Übertragung elektrischer Nervensignale werden noch ausführlich in Kapitel 5 (Neuronale Signalleitung) besprochen.

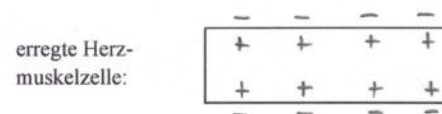
3.4 Elektrokardiogramm (EKG)

Zelluläre Grundlagen

Bei einer ruhenden Herzmuskelzelle liegt eine Spannung an. Sie ist außen positiv und innen negativ geladen.

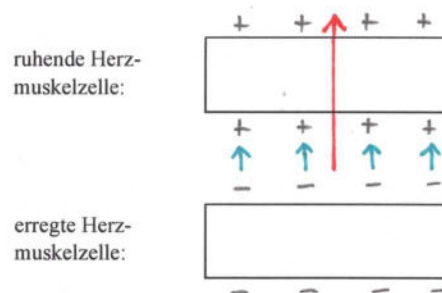


Bei der erregten Herzmuskelzelle kehrt sich die Polarität um. Sie ist außen negativ und innen positiv geladen.



Von außen können nur die extrazellulären Ladungen (außerhalb der Zelle) gemessen werden, da die intrazellulären Ladungen (innerhalb der Zelle) abgeschirmt werden.

Ein benachbartes Paar von positiven und negativen Ladungen ist physikalisch gesehen ein elektrischer Dipol. Darstellung als Dipolvektor ↑, der vom negativen zum positiven Ladungsschwerpunkt zeigt.



Der Summendipolvektor gibt in guter Näherung die Richtung des elektrischen Feldes an. Sein Betrag ist umso größer, je größer die Ladungen sind.

Mittels Pfeiladdition erhält man einen Summendipolvektor ↑

Der Niederländer Willem Einthoven (1860 – 1927) gilt als Begründer des Elektrokardiogramms. Er bekam dafür 1924 den Nobelpreis für Medizin.

Messung des Summendipolvektors

Der Summendipolvektor ändert sich während eines Herzschlags in ganz charakteristischer Form. Beim EKG wird dieser gemessen. Da der dreidimensionale Vektor nicht als Ganzes gemessen werden kann, werden Projektionen davon aufgezeichnet.

Messung nach Einthoven:

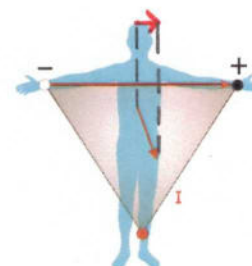
Bei einem EKG misst man die Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten. Diese ergibt sich anschaulich als Projektion des Summendipolvektors auf die Verbindungslinie der Messelektroden. In der Medizin spricht man hier von Ableitungen.

Beachte: In der Medizin wird „rechts“ und „links“ immer aus Sicht des Patienten angegeben.

Zeichne bei allen 3 Ableitungen die Projektion des Summendipolvektors ein.

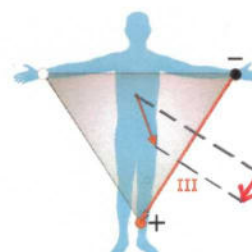
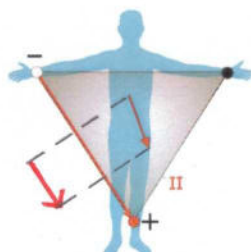
Ableitung Einthoven I:

Potentialdifferenz zwischen linkem Handgelenk (+ Pol) und rechtem Handgelenk (– Pol).



Einthoven II: linker Knöchel (+), rechtes Handgelenk (–)

Einthoven III: linker Knöchel (+), linkes Handgelenk (–)



Die Erregung der Herzmuskelzellen erfolgt nicht gleichzeitig, sondern immer nach demselben Muster (in der Abbildung rot dargestellt). Damit verschieben sich auch die elektrischen Ladungen nach einem bestimmten Muster. Der Summendipolvektor wechselt daher ganz charakteristisch seinen Ursprung, seine Richtung und seinen Betrag.

Unter jedem Bild ist der jeweilige Teil des EKG-Bildes eingezeichnet (hier nach Einthoven II). Dabei ist der Ausschlag der EKG-Linie genauso groß wie die Projektion des Summendipolvektors. Zeigt der Summendipolvektor in Richtung vom rechten Handgelenk zum linken Knöchel, dann ist der Ausschlag positiv, zeigt er in umgekehrte Richtung, dann ist der Ausschlag negativ.

Die charakteristischen Punkte in der EKG-Kurve werden mit P, Q, R, S, T bezeichnet.

Von der Erregungsleitung im Herzen zum EKG

Bild nicht lizenzierbar

3.4 Elektrokardiogramm (EKG)

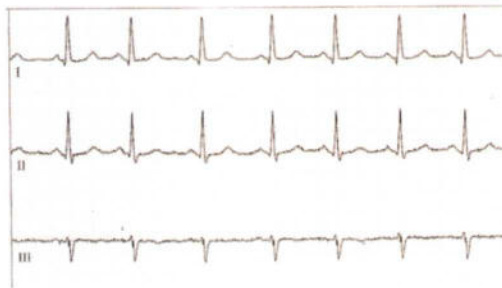
3

Die linke Abbildung zeigt ein EKG-Bild mit den Einthoven-Ableitungen I – III.

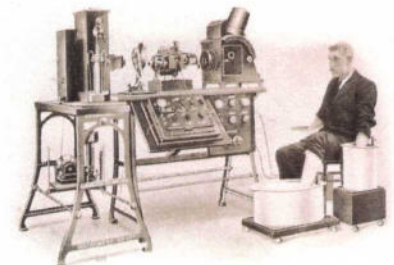
Heute verwendet man beim EKG in der Regel 6 oder 12 Ableitungen. Damit lässt sich das Herz genauer untersuchen.

Das rechte Bild zeigt eine frühe Form der EKG-Ableitung nach Einthoven. Dabei werden die Extremitäten in Wannen mit Salzwasser getaucht.

EKG-Bilder



[Bionerd; https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ekg_normal_bionerd.jpg; Ausschnitt]



PROTOTYPE OF A COMPLETE ELECTROCARDIOGRAPH, DESIGNED BY MARCO G. VON DER ELDERSWALL AND ATTACHED TO THE PATENT, IN THE CASE OF THE HAND AND THE FOOT BEING IMMERSED IN JARS OF SALT SOLUTION

Pulsmessung

• Brustgurt:

Ein Brustgurt mit 2 Elektroden misst immer nur die R-Zacke (größter Ausschlag im EKG). Damit erhält man die Herzfrequenz.

Beim Fingerclip wird rotes Licht verwendet, da dieses vom Fingergewebe durchgelassen wird und nur vom Blut absorbiert wird. Dies kannst du experimentell testen: Leuchtest du mit einer weißen LED deinen Daumen an, so leuchtet er rot. Rotes Licht wird also durchgelassen, die anderen Lichtfarben werden absorbiert.

Mit dem Fingerclip kann gleichzeitig auch die Sauerstoffsättigung im Blut gemessen werden. Dafür wird zusätzlich eine infrarote LED benötigt.

• Fingerclip:

Eine LED sendet rotes Licht aus, eine Fotodiode auf der anderen Seite misst die Intensität des durchkommenden Lichts. Bei jedem Pulsschlag wird das Blutvolumen in der Arterie kurzzeitig größer. Dadurch wird mehr Licht absorbiert. Somit schwankt die gemessene Intensität im Rhythmus der Herzfrequenz.



3.4 Elektrokardiogramm (EKG)

4

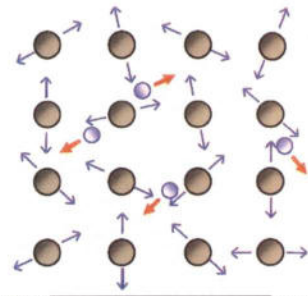
Elektronenstrahlen sind Bündel von Elektronen im Vakuum oder verdünnten Gasen. Wir nutzen sie in Röntengeräten, zur Strahlentherapie und für Massenspektrometer. Auch in der Bilderzeugung (z.B. Elektronenrastermikroskop) kommen sie zur Anwendung. Um sie ins Vakuum zu bekommen, nutzen wir den Edison-Effekt (siehe Leifiphysik Teilgebiet Elektrizitätslehre – Glüh-elektrischer Effekt Grundwissen).

Alle unsere Elektronenröhren sind prinzipiell gleich aufgebaut. Eine Glühwendel setzt die Elektronen frei, die dann mit Hilfe eines elektrischen Längsfeldes beschleunigt werden (Beachte die Polung der Beschleunigungsspannung!). Durch ein Loch in der Anode fliegen die Elektronen dann in den Experimentierraum zur weiteren Verwendung.

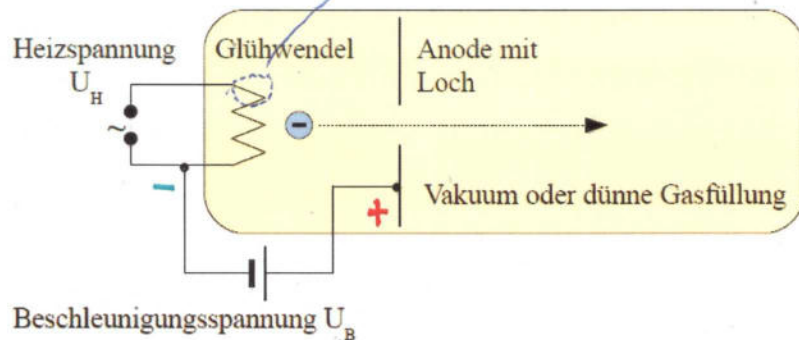
3.5 Bewegung von Teilchen in elektrischen Feldern

Freisetzung von Elektronen

Beim Heizen ... bewegen sich die Atome der Glühwendel heftiger und stoßen Elektronen aus dem Gitter. Diese können sich dann frei im umgebenden Vakuum bewegen (Edison-Effekt).



Aufbau einer Elektronenröhre



→ Ausschnitt aus der Glühwendel

In diesem Abschnitt geht es darum, was zwischen Glühwendel und Anode passiert.

Die Geschwindigkeit lässt sich mit dem Energiekonzept leicht berechnen. Hierzu musst du wieder den Begriff "Potential" hervorkramen. Gib eine Formel für die Arbeit im homogenen Feld an und bestimme die kinetische Energie eines Elektrons, das mit 1,0 kV beschleunigt wurde.

Beschleunigung der Elektronen im homogenen Längsfeld

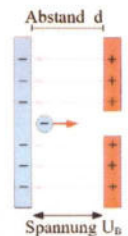
$$W = q \cdot U \Rightarrow E_{\text{kin}} = W = q \cdot U$$

$$= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 1000 \text{ V} = 1,6 \cdot 10^{-16} \text{ J} = (10 \text{ eV})$$

Die Einheit eV („Elektronenvolt“)

entsprechend für $U_B = 10 \text{ V} \Rightarrow E_{\text{kin}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 10 \text{ V} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Diese Energiemenge nennt man 10 eV („Elektronenvolt“), weil sie sich aus der Multiplikation von 1e und 10V ergibt.



Endgeschwindigkeit der Elektronen

$$E_{\text{kin}} = W$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = q \cdot U_B \Rightarrow v^2 = \frac{2q \cdot U_B}{m} \quad | \sqrt{}$$

Die Endgeschwindigkeit eines geladenen Teilchens in einem Längsfeld mit der Beschleunigungsspannung U_B lässt sich berechnen als:

$$v = \sqrt{\frac{2qU_B}{m}} \quad \text{mit Ladung } q \text{ und Masse } m \text{ des Teilchens}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 1000 \text{ V}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 1,9 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

unabhängig von der Beschleunigungsstrecke d.

Leite aus dem letzten Abschnitt eine Formel für die Berechnung der Endgeschwindigkeit her und berechne diese für die Beschleunigungsspannung 1,0 kV. Diskutiere den Einfluss der Beschleunigungsstrecke d.

Insbesondere für schwerere Teilchen (Ionen) wurden mehrstufige Beschleuniger entwickelt, einer der einfachsten ist der Linearbeschleuniger. Mit der abgebildeten Vorrichtung werden Protonen beschleunigt. Diese verlassen die Ionenquelle mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 und durchlaufen dann mehrere Röhren hintereinander (Abb. zeigt ein Schnittbild). Am Zwischenraum zwischen zwei Röhren werden sie jeweils durch ein Feld beschleunigt, in den Röhren bewegen sie sich feldfrei. Trage in die erste Zeichnung die Polung für Feld 1 ein, in die zweite Zeichnung die Polung für Feld 2. Erläutere die Art der Spannung, die man an der gesamten Anordnung anlegt.

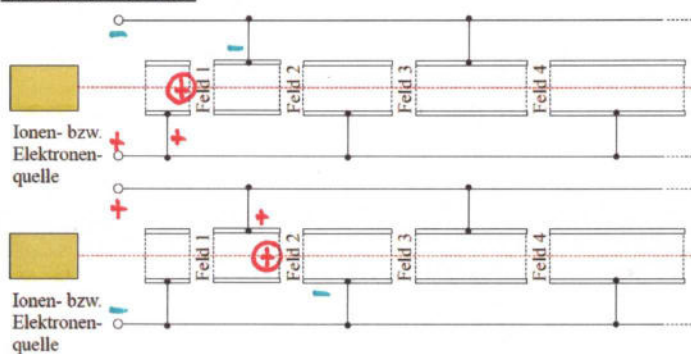
- a) In der Zeichnung werden die Röhren immer länger. Begründe die Notwendigkeit dieser Bauweise.
b) Die Protonen treten mit einer Geschwindigkeit von $v_0 = 6,0 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$ ein, der Scheitelwert der Spannung beträgt 500 kV. Berechne die Gesamtenergie und Geschwindigkeit in der 4. Röhre.

Berechne die Beschleunigungsspannung U_B , mit der ein Elektron auf die Geschwindigkeit $0,1 c$ beschleunigt wird.

In den freien Experimentierraum wird nun ein Plattenkondensator eingebaut. Das System zur Strahlerzeugung ist identisch zu oben. Zeichne den weiteren Strahlverlauf ein. Beschreibe den Einfluss der verwendeten Spannungen auf den Strahlverlauf. Eine Simulation hierzu gibt es auf Leifiphysik unter Teilgebiet Elektrizitätslehre – Bewegte Ladungen und Felder – Elektronenablenkrohre Grundwissen.

Ausführliche Informationen zur Bewegung von Teilchen in elektrischen Feldern sowie zur Relativitätstheorie findest du im PhloTT-Skript 12 der klassischen Physik.

Linearbeschleuniger



Während das Proton durch die 2. Röhre fliegt, muss umgepolt werden → Wechselspannung

Übungsaufgabe: Linearbeschleuniger ••

a) In jedem Feld werden die Teilchen beschleunigt, also schneller. Bei gleichbleibender Frequenz bewegen sie sich innerhalb einer halben Periode (Polwechsel) also immer weiter.

$$b) E_{\text{kin},0} = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (6,0 \cdot 10^6 \frac{m}{s})^2 = 3,0 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

$$\Delta E_{\text{kin}} = 3 \cdot q \cdot U_B = 3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 500.000 \text{ V} = 2,4 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{kin},0} + \Delta E_{\text{kin}} = 2,7 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = E_{\text{kin}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_{\text{kin}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,7 \cdot 10^{-13} \text{ J}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 1,8 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$$

3.5 Bewegung von Teilchen in elektrischen Feldern

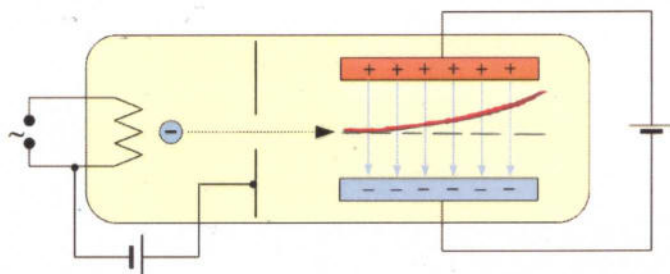
Grenzen durch relativistische Effekte

Ab einer Geschwindigkeit von 10 % der Lichtgeschwindigkeit ($0,1 c$) treten relativistische Effekte auf. Die klassische Formel $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$ gilt dann nicht mehr. Damit gilt auch die obige Formel für die Endgeschwindigkeit nicht mehr.

$$v = \sqrt{\frac{2 q U_B}{m}} \Rightarrow v^2 = \frac{2 q U_B}{m} \Rightarrow U_B = \frac{m v^2}{2 q}$$

$$= \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (3,0 \cdot 10^7 \frac{m}{s})^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}} = 2559 \text{ V} = 2,6 \text{ kV}$$

Bewegung in elektrischen Querfeldern



- je größer die Ablenkspannung, desto größer die Ablenkung (stärkere Krümmung der Bahnkurve)
- je größer die Beschleunigungsspannung, desto kleiner die Ablenkung

Den Leiterschaukelversuch kennst du bereits aus der Mittelstufe. Die Richtung der Kraft lässt sich mit der UVW-Regel bestimmen. Trage in das linke Bild die Kraft auf die Leiterschaukel ein.

"FBI-Regel"

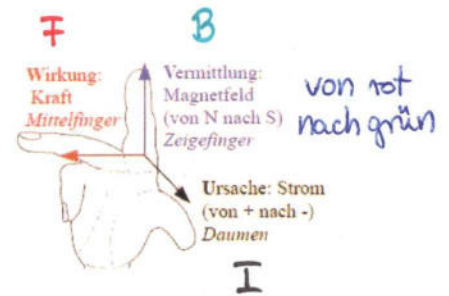
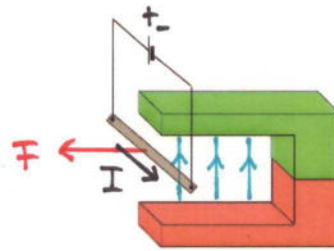
Die folgenden Herleitungen zur magnetischen Flussdichte und zur Lorentzkraft können in der Biophysik aus Zeitgründen nur in Kurzform stattfinden. Ausführliche Informationen mit Versuchsdurchführungen findest du bei Interesse im PhloTT 12 Skript der klassischen Physik.

Das Zusammenfassen von Proportionalitäten ist ein wichtiges, aber selten verwendetes Instrument zur Ableitung physikalischer Formeln. Überlege Dir mit Beispielen, weshalb die Kombination der zwei Größen auch wieder zu einer Proportionalität führt.

Proportionalität beinhaltet immer konstante Quotienten. Diese haben in der Physik meist eine konkrete Bedeutung. Der hier auftretende Quotient ist ein Maß für die Stärke des magnetischen Feldes.

3.6 Ablenkung im Magnetfeld - Lorentzkraft

Leiterschaukelversuch



Magnetische Flussdichte

Führt man das Leiterschaukelexperiment quantitativ durch, also man misst die Kraft auf den Stab und variiert die Stromstärke I und die Länge l des Stabs, dann treten folgenden Proportionalitäten auf:

$$\left. \begin{array}{l} F \sim I \\ F \sim l \end{array} \right\} \Rightarrow F \sim I \cdot l \Rightarrow \frac{F}{I \cdot l} = \text{konstant}$$

z.B. wenn man I verdoppelt und l verdoppelt, dann wird F insgesamt $2 \cdot 2 = 4$ -mal so groß (so wie $I \cdot l$)

$$\frac{F}{I \cdot l} = B$$

B heißt **magnetische Flussdichte**. Diese ist ein Maß für die Stärke des Magnetfelds. Ihre Einheit ist: $[B] = 1 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = 1 \text{ T}$ (Tesla)

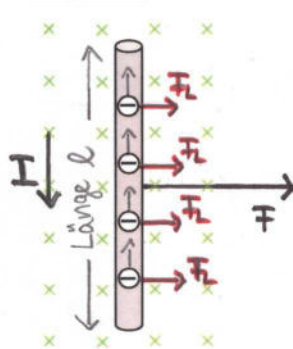
Für die Kraft auf einen Leiter haben wir oben die Formel $F = B \cdot I \cdot l$ gefunden. Leite daraus eine Formel für ein einzelnes Elektron ab. (Tipp: modelliere den Strom I als Bewegung von N Elektronen auf der Leiterlänge l).

- × B-Feld vom Betrachter weg
- B-Feld zum Betrachter hin

Statt für ein Elektron schreiben die Formel für die Lorentzkraft allgemein für eine beliebige Ladung q auf.

Hier sind vier Aufgaben zur Anwendung der UVW-Regel auf freie Ladungen im Magnetfeld. Die Ladungen sollen sich untereinander nicht beeinflussen, stelle dir vor, sie fliegen zu verschiedenen Zeiten durch das Magnetfeld. Zeichne sinnvolle Bahnkurven (den Radius können wir nicht berechnen) für die Teilchen.

Lorentzkraft



$$F = B \cdot I \cdot l \quad \text{und} \quad I = \frac{Q}{t} = \frac{N \cdot e}{t} \quad (\text{Def. Stromstärke})$$

$$\Rightarrow F = B \cdot \frac{N \cdot e}{t} \cdot l = B \cdot N \cdot e \cdot \frac{l}{t} = B \cdot N \cdot e \cdot v$$

$$\text{mit } v = \frac{l}{t} \quad (\text{Strecke durch Zeit})$$

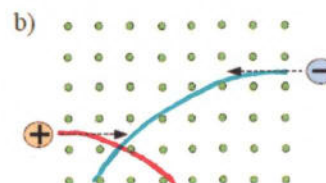
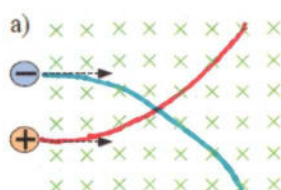
$$\text{für ein Elektron: } F_e = B \cdot e \cdot v$$

Bewegt sich eine Ladung q mit einer Geschwindigkeit v senkrecht zu den Feldlinien eines magnetischen Feldes B , so erfährt sie die Kraft

$$F_L = q \cdot v \cdot B$$

Sie steht senkrecht zur Feldrichtung und zur Bewegungsrichtung und lässt sich mit der UVW-Regel bestimmen.

Übungsaufgabe: UVW-Regel •



Beim Fadenstrahlrohr wird der Elektronenstrahl genauso wie in Kapitel 3.5 erzeugt, ein Helmholtz-Spulenpaar außerhalb der Kugel sorgt für ein homogenes Magnetfeld im Experimentierraum.

Zeichne den Strahlverlauf, den du beobachtet hast. Warum zeigt diese Flugbahn die Existenz einer Kraft an? Zeichne diese Kraft an mehreren Punkten der Bahn ein. Welchen Einfluss hat die Veränderung des Magnetfeldes auf die Flugbahn?

Messung:

Beschl. spannung $U_B = 300V$

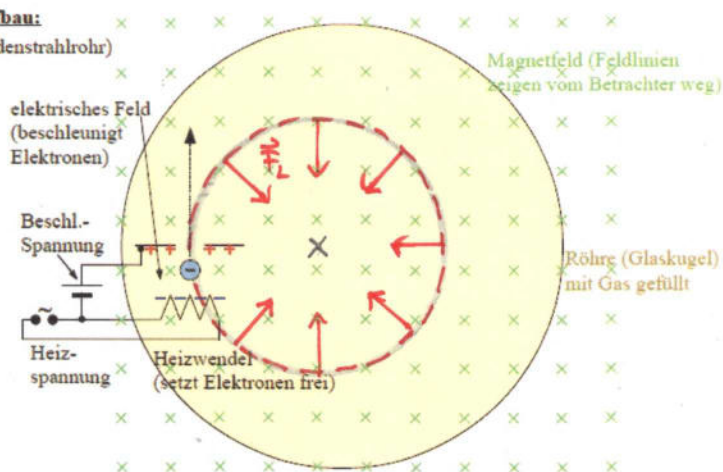
Flussdichte $B = 1,16 \text{ mT}$

Bahndurchmesser $d = 10 \text{ cm}$

Fadenstrahlrohr

Aufbau:

(Fadenstrahlrohr)



Die Kraft wirkt stets senkrecht zur Flugbahn und ist an jeder Stelle gleich groß \Rightarrow Kreisbahn

- Je größer die magnetische Flussdichte B , desto stärker die Ablenkung (also kleinerer Bahnradius)
- Je größer die Beschleunigungsspannung U_0 , desto schwächer die Ablenkung (also größerer Bahnradius)

3.6 Ablenkung im Magnetfeld - Lorentzkraft

3

Jetzt werten wir noch unser Experiment vom Anfang quantitativ aus. Mit den Messwerten von oben gelingt es uns, die Masse eines Elektrons experimentell zu bestimmen.

Die Lorentzkraft ist gerade die für die Kreisbahn erforderliche Zentripetalkraft. Leite aus dieser Kräftegleichheit zunächst eine Formel für die spezifische Ladung e/m des Elektrons her. Nachdem wir die Herleitung besprochen haben (die ist nämlich knifflig), kannst Du damit die Masse des Elektrons aus den Versuchsdaten berechnen.

(Literaturwert:

$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)

Übungsaufgabe: Bestimmung der Elektronenmasse (Experiment) ...

$$F_L = F_Z$$

$$e \vec{v} B = \frac{m v^2}{r} \quad | : m \cdot B$$

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{B r}$$

mit $v = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$ folgt: $\frac{e}{m} = \frac{1}{B r} \cdot \sqrt{\frac{2eU_0}{m}} \quad | \uparrow^2$

$$\left(\frac{e}{m}\right)^2 = \frac{1}{B^2 \cdot r^2} \cdot \frac{2eU_0}{m} \quad | : \frac{e}{m}$$

$$\boxed{\frac{e}{m} = \frac{2U_0}{B^2 r^2}}$$

Versuch: $\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot 300 \text{ V}}{(1,16 \cdot 10^{-3} \text{ T})^2 \cdot (0,05 \text{ m})^2} = 1,78 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$

$$m = \frac{e}{\frac{e}{m}} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{1,78 \cdot 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}} = \underline{\underline{9,0 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}}$$

3.6 Ablenkung im Magnetfeld - Lorentzkraft

4

Aus der Ablenkung in einem Magnetfeld lässt sich die Masse von geladenen Teilchen bestimmen. Dies funktioniert für Elektronen genauso wie für Ionen. Ein Massenspektrometer nutzt dieses Prinzip aus, um die Masse von unbekannten Substanzen zu bestimmen. (In der Medizin wird dies beispielsweise bei der Atemgasanalyse verwendet). Dazu wird die Substanz ionisiert und ein Ionenstrahl erzeugt. Bei der Erzeugung von Ionenstrahlen haben aber nicht alle Ionen dieselbe Geschwindigkeit. Daher müssen zunächst Ionen mit der gewünschten Geschwindigkeit „herausgefiltert“ werden.

- Zeichne an dem geladenen Teilchen jeweils einen Pfeil für die Kräfte, die aufgrund des elektrischen und des magnetischen Feldes wirken. Unter welcher Bedingung fliegt das Teilchen auf gerader Bahn?
- Leite aus dieser Bedingung eine Formel zur Berechnung der Geschwindigkeit her.
- Erläutere die Bahnkurven bei anderen Geschwindigkeiten.
- Beschreibe den Einfluss von E und B auf die Geschwindigkeit.

Die Ionen, die jetzt die gleiche Geschwindigkeit besitzen, schicken wir in ein homogenes Magnetfeld, wo sie sich durch die Lorentzkraft auf einer (Halb-)Kreisbahn bewegen. Den Auftreffpunkt bestimmen wir mit Fotopapier oder Halbleiter-Detektoren. Die Abbildung zeigt eine einfache Bauform des gesamten Gerätes (nach Bainbridge).

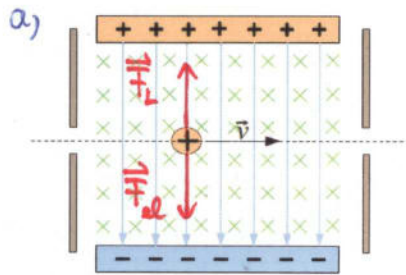
Zeichne gestrichelt die Bahnkurve für ein Teilchen, das eine größere Masse hat als das bereits dargestellte und ergänze den Text.

Im rechten Teil des Massenspektrometers tritt dieselbe Situation auf wie im Fadenstrahlrohr. Leite mit dem passenden Kraftansatz eine Formel für den (Kreis-)Radius hier.

3.7 Massenspektrometer

Geschwindigkeitsfilter (Wien-Filter)

Die Filterung von geladenen Teilchen nach Geschwindigkeit erfolgt durch "gekreuzte Felder". Die Teilchen durchlaufen einen Bereich, in dem ein elektrisches und ein magnetisches Feld vorhanden sind. Diese verlaufen senkrecht zueinander und senkrecht zur Flugbahn. Blenden sorgen dafür, dass Teilchen die Anordnung nur längs der Achse durchqueren können.



$$b) \quad F_L = F_{el}$$

$$q \vec{v} B = q \cdot E \quad | :B$$

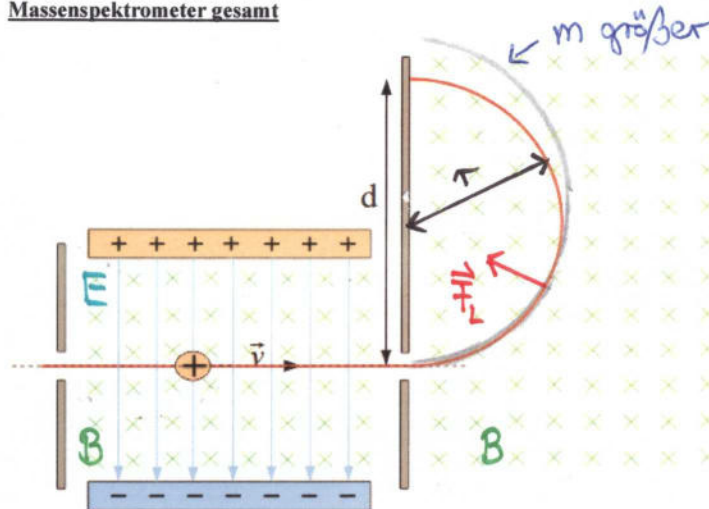
$$\boxed{v = \frac{E}{B}}$$

- Bei schnelleren Teilchen ist die Lorentzkraft größer, die elektrische Kraft bleibt gleich \Rightarrow Ablenkung nach oben (langsamere Teilchen entsprechend nach unten). Masse und Ladung spielen hier keine Rolle.
- Ein größeres E -Feld justiert den Filter zu größerer Geschwindigkeit, ein größeres B -Feld zu kleinerer Geschwindigkeit.

3.7 Massenspektrometer

1

Massenspektrometer gesamt



Teilchen mit größerer Masse treffen weiter außen auf, Teilchen mit kleinerer Masse treffen weiter innen auf (sofern sie die gleiche Ladung besitzen).

$$F_L = F_z$$

$$q \vec{v} B = \frac{mv^2}{r}$$

$$1 \cdot r : qB$$

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{mE}{qB^2}$$

$$\uparrow$$

$$v = \frac{E}{B}$$

3.7 Massenspektrometer

2

Hier findest du eine umfangreiche Übungsaufgabe zum Massenspektrometer nach Bainbridge:

Einfach geladene Ionen unterschiedlicher Geschwindigkeit treten senkrecht zu den Feldlinien in ein homogenes Magnetfeld der Flussdichte 100 mT ein. Ein Geschwindigkeitsfilter im linken Teil sorgt dafür, dass nur Ionen der Geschwindigkeit $v = 2,0 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ in den rechten Bereich gelangen.

a) Gib die Polung der Ionen an.

b) Vervollständige den Geschwindigkeitsfilter im linken Bereich und erläutere, weshalb nur Ionen mit einer bestimmten Geschwindigkeit hindurchgelangen.

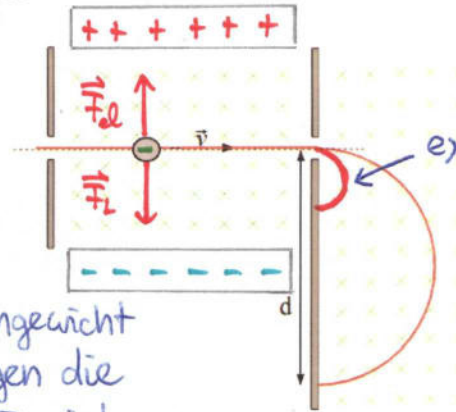
c) Berechne ausgehend von einem Kräfteansatz die elektrische Feldstärke im Filter.

d) Der Bahndurchmesser im rechten Teil beträgt 50 cm. Berechne die Masse eines Ions und identifiziere das Element.

e) Nun verdoppelt man in der gesamten Anordnung die magnetische Flussdichte (die elektrische Feldstärke bleibt unverändert). Diskutiere in Stichpunkten den Einfluss dieser Maßnahme auf die Bahnkurve und zeichne hierfür eine Flugbahn nach dem Durchfliegen der Blende in das Bild oben.

Übungsaufgabe: Massenspektrometer ••

- a) Ablenkung rechts nach unten
→ Ion negativ (FBI-Regel)



- b) Nur bei Kräftegleichgewicht von F_{el} und F_L fliegen die Ionen geradlinig. F_{el} ist immer gleich groß ($F_{el} = q \cdot E$), F_L nimmt mit der Geschwindigkeit zu ($F_L = qvB$)
⇒ nur bei einer Geschwindigkeit sind die Kräfte gleich.

$$\begin{aligned} c) \quad F_L &= F_{el} \\ qvB &= qE \\ E &= v \cdot B = 2,0 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,1 \text{ T} = 2,0 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}} = \underline{\underline{20 \frac{\text{V}}{\text{m}}}} \\ \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{T} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = \frac{\text{V}}{\text{m}} \right] \end{aligned}$$

3.7 Massenspektrometer

3

$$\begin{aligned} d) \quad F_L &= F_z \\ qvB &= \frac{mv^2}{r} \quad | : v^2 \cdot r \\ (*) \quad m &= \frac{qBr}{v} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As} \cdot 0,1 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot 0,25 \text{ m}}{2,0 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \\ &= 2,0 \cdot 10^{-26} \text{ kg} = \underline{\underline{12 \text{ u}}} \Rightarrow \underline{\underline{\text{Kohlenstoff}}} \\ & \quad | 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1 \text{ u} \end{aligned}$$

$$\left[\frac{\text{As} \cdot \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot \text{m}}{\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{\text{Ws} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2} = \frac{\text{J} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2} = \text{kg} \right] \checkmark$$

- e) B verdoppelt ⇒ v wird halbiert (Filter $v = \frac{E}{B}$)

$$\begin{aligned} \text{aus } (*) : \quad r &= \frac{mv}{qB} \quad \begin{matrix} \nearrow \text{halbiert} \\ \searrow \text{verdoppelt} \end{matrix} \Rightarrow \underline{\underline{r \text{ wird geviertelt}}} \end{aligned}$$